

УДК 621.373

В. Куліш<sup>1</sup>, А. Брусник<sup>1</sup>, О. Лисенко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Національний авіаційний університет, Київ, 03680, пр. Космонавта Комарова, 1, Україна

<sup>2</sup> Сумський державний університет, Суми, 40007, вул. Римського-Корсакова, 2, Україна

e-mail: [kulish2001@ukr.net](mailto:kulich2001@ukr.net), [rysalla4ka@rambler.ru](mailto:rysalla4ka@rambler.ru)

## ПІДСИЛЕННЯ МУЛЬТИГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ В СИСТЕМАХ З ПОЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ОНДУЛЯТОРОМ

Побудовано квадратично-нелінійну теорію підсилення мультигармонічних хвиль просторового заряду (ХПЗ) у системі з поздовжнім електростатичним ондулятором, яка використовується як активна прольотна секція в лазерах на вільних електронах клістронного типу. Виявлено, що в досліджуваній системі реалізується ефект множинного трихвильового параметричного резонансу. Знайдено інкременти зростання й отримано, що як для першої, так і для вищих гармонік ХПЗ вони мають однакові значення. Показано, що розглянута система може ефективно використовуватись для підсилення ХПЗ зі складним мультигармонічним спектром.

**Ключові слова:** хвилі просторового заряду, параметричний резонанс, мультигармонічні взаємодії, електростатичний ондулятор, лазер на вільних електронах.

### Вступ

Останнім часом спостерігається посилення уваги дослідників до лазерів на вільних електронах (ЛВЕ), які здатні генерувати потужне мультигармонічне випромінювання, а також формувати надкороткі (у тому числі фемтосекундні) кластери електромагнітних хвиль [1-5]. Одним з можливих рішень такої задачі є використання активних лазерів на вільних електронах клістронного типу [6], де для підсилення мультигармонічних хвиль просторового заряду пропонується застосовувати ондулятор з поздовжнім електростатичним полем. На рис. 1 наведена одна з можливих схем такого приладу. Тут електронний пучок 1 проходить через нерезонансний модулятор 2, у якому відбувається модуляція пучка й формуються мультигармонічні хвилі просторового заряду. Далі в секції 3, у якій розміщено поздовжній електростатичний ондулятор, відбувається підсилення мультигармонічних ХПЗ. У секції 4 електронний пучок прискорюється, а в секції 5, яка містить поперечне мультигармонічне Н-убітронне магнітне поле, відбувається перетворення

підсиленої і прискореної повільної мультигармонічної ХПЗ у мультигармонічну електромагнітну хвилю. Таким чином, на виході приладу отримуємо потужний електромагнітний сигнал зі складним мультигармонічним спектром, у тому числі й потужний ультракороткий електромагнітний кластер.

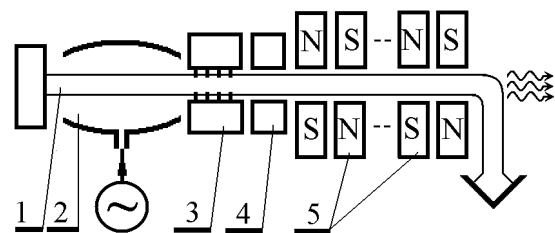


Рис. 1. Схема багатосекційного ЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором. Тут: 1 – електронний пучок, 2 – нерезонансний модулятор, 3 – секція поздовжнього електростатичного ондулятора, 4 – секція прискорення електронного пучка, 5 – Н-убітронний ондулятор.

Одним із ключових елементів в активному ЛВЕ клістронного типу є секція підсилення мультигармонічних ХПЗ 3, яка використовує поздовжній електростатичний ондулятор. Дослідженню фізичних

процесів у цій секції й присвячена дана робота.

### Підсилення мультигармонічних ХПЗ

Розглянемо фізичні процеси в секції підсилення ХПЗ. Підсилення мультигармонічних ХПЗ відбувається завдяки використанню поздовжнього електростатичного ондулятора [6], конструкція якого подана на рис. 2.

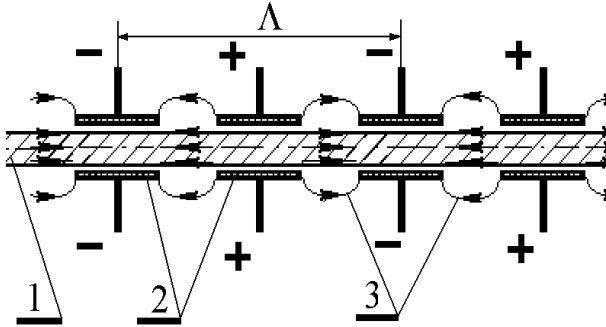


Рис. 2. Конструкція секції підсилення ХПЗ (секції поздовжнього електростатичного ондулятора). Тут: 1 – попередньо промодульований релятивістський електронний пучок, 2 – електроди, 3 – силові лінії електричних полів.

Попередньо промодульований релятивістський електронний пучок 1 рухається вздовж осі електростатичного ондулятора та проходить поздовжнє періодично реверсивне електричне поле, що створюється електродами 2. Електроди 2 підключені до високої напруги таким чином, щоб електричні поля 3 між будь-яким електродом і його сусідами справа та зліва були колінеарні осі пучка й направлені взаємно протилежно.

Як відомо, хвильові числа для повільної та швидкої ХПЗ мають вигляд:

$$k_{31n} = n\omega_3 / v_0 + \omega_p / (\gamma_0^{3/2} v_0); \quad k_{32n} = n\omega_3 / v_0 - \omega_p / (\gamma_0^{3/2} v_0), \quad (5)$$

де  $v_0$  – постійна складова швидкості електронів пучка,  $\gamma_0$  – їх релятивістський фактор,  $\omega_p$  – ленгмюрівська частота. Підставляючи (5) в (4), неважко переконатися, що умова параметричного резонансу (4) буде виконаною, коли період ондуляції електростатичного поля дорівнює:

$$\Lambda = \pi \gamma_0^{3/2} v_0 / \omega_p. \quad (6)$$

Вважаємо, що на вхід секції підсилення ХПЗ подається промодульований пучок електронів, в якому розповсюджуються мультигармонічні повільна та швидка хвилі ХПЗ, відповідно:

$$\mathbf{E}_{31} = \sum_{n=1}^N [E_{31,n} \exp(ip_{31n}) + c.c.] \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

$$\mathbf{E}_{32} = \sum_{n=1}^N [E_{32,n} \exp(ip_{32n}) + c.c.] \mathbf{e}_z, \quad (2)$$

де  $E_{31,n}$  та  $E_{32,n}$  – комплексні амплітуди напруженостей електричного поля  $n$ -их гармонік повільної та швидкої хвиль ХПЗ, відповідно,  $n = 1, 2, \dots, N$  – номери гармонік ХПЗ,  $p_{31n} = n \cdot \omega_3 t - k_{31n} z$  та  $p_{32} = n \cdot \omega_3 t - k_{32n} z$  – фази  $n$ -их гармонік повільної та швидкої ХПЗ відповідно,  $k_{31n}$  та  $k_{32n}$  – їх хвильові числа,  $\omega_3$  – частота першої гармоніки.

Електричне поле ондулятора має наступний вигляд:

$$\mathbf{E}_2 = [E_2 \exp(ip_2) + c.c.] \mathbf{e}_z, \quad (3)$$

де  $E_2$  – комплексна амплітуда електричного поля ондулятора,  $p_2 = k_2 z$  – фаза поля ондулятора (накачки),  $k_2 = 2\pi/\Lambda$  – хвильове число,  $\Lambda$  – період ондуляції,  $\mathbf{e}_z$  – орт осі  $z$ .

Досліджуємо випадок, коли в системі реалізується раманівський режим взаємодії і виконуються умови трихвильового параметричного резонансу для кожної трійки гармонік

$$p_{31n} = p_{32n} - p_2$$

або

$$n\omega_3 = n\omega_3, \quad k_{31n} = k_{32n} + k_2. \quad (4)$$

Аналізуючи умову (6) можемо переконатися, що період ондуляції не залежить від номера гармоніки  $n$ . Це означає, що коли відбувається параметричний резонанс для перших гармонік, то він одночасно буде мати місце й для всіх  $n$ -их гармонік. Тобто у досліджуваному випадку реалізується одночасно велика кількість паралель-

них трихвильових параметричних резонансів для кожної трійки гармонік  $n$ . Цей специфічний ефект називають множинним параметричним резонансом.

Для аналізу фізичних процесів у секції підсилення ХПЗ використовуємо систему рівнянь Максвелла, релятивістське квазігидродинамічне рівняння руху пучка та методи теорії ієрархічних коливань і хвиль, що описані в монографіях [7, 8].

Виконавши аналітичні перетворення, для комплексних амплітуд гармонік полів (2), (3) у квадратичному наближенні отримуємо наступну систему вкорочених рівнянь:

$$\begin{aligned} C_{11,n} \frac{dE_{31,n}}{dz} &= C_{12,n} E_2^* E_{32,n}, \\ C_{21,n} \frac{dE_{32,n}}{dz} &= C_{22,n} E_2 E_{31,n}. \end{aligned} \quad (7)$$

У цих рівняннях:

$$\begin{aligned} C_{11,n} &= 1 + \frac{1}{n^2} \frac{\omega_p^2}{\gamma_0^3 \Omega_{31}^2}, \quad C_{21,n} = 1 + \frac{1}{n^2} \frac{\omega_p^2}{\gamma_0^3 \Omega_{32}^2}, \quad \Omega_{31} = \omega_3 - k_{31} v_0, \quad \Omega_{32} = \omega_3 - k_{32} v_0, \quad \Omega_2 = k_2 v_0, \\ C_{12,n} &= \frac{e}{m_e \gamma_0^3 v_0} \left[ \frac{nk_{32}}{\Omega_2} - \frac{k_2}{n\Omega_{32}} + \frac{1}{n} \frac{\omega_p^2}{\gamma_0 v_0 \Omega_{31}} \left\{ \left( \frac{2v_0^2}{c^2} + 1 \right) \left( \frac{1}{n\Omega_{32}} - \frac{1}{\Omega_2} \right) + \frac{\omega_3}{\gamma_0^2 \Omega_2 \Omega_{32}} \right\} \right], \\ C_{22,n} &= \frac{e}{m_e \gamma_0^3 v_0} \left[ -\frac{nk_{31}}{\Omega_2} + \frac{k_2}{n\Omega_{31}} + \frac{1}{n} \frac{\omega_p^2}{\gamma_0 v_0 \Omega_{32}} \left\{ \left( \frac{2v_0^2}{c^2} + 1 \right) \left( \frac{1}{n\Omega_{31}} + \frac{1}{\Omega_2} \right) - \frac{\omega_3}{\gamma_0^2 \Omega_2 \Omega_{31}} \right\} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Тут  $e$  та  $m_e$  – заряд та маса електрона,  $\gamma_0 = 1/\sqrt{1-(v_0/c)^2}$  – релятивістський фактор,  $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / m_e}$  – плазмова частота,  $n_0$  – концентрація електронів пучка.

Рівняння (7) описують динаміку множинної параметрично-резонансної взаємодії гармонік ХПЗ у секції підсилення ХПЗ. Розв'язуючи цю систему рівнянь, неважко знайти інкремент зростання гармонік ХПЗ:

$$\Gamma = E_2 \sqrt{\frac{C_{12,n} C_{22,n}}{C_{11,n} C_{21,n}}}. \quad (9)$$

Проаналізуємо інкремент зростання ХПЗ (9). Підставивши у цей вираз значення коефіцієнтів (8) та виконавши відповідні перетворення, отримуємо спрощену формулу інкременту зростання гармонік ХПЗ:

$$\Gamma = E_2 \frac{|e|}{4m_e \gamma_0^3 v_0^2} \left[ 5 + \gamma_0^2 \left( \frac{2v_0^2}{c^2} + 1 \right) \right]. \quad (10)$$

З формули (10) випливає, що інкремент зростання ХПЗ не залежить ані від частоти основної гармоніки, ані від номера гармоніки, яка підсилюється. Це означає, що в досліджуваній системі будуть підси-

люватись всі гармоніки ХПЗ однаково. Це відкриває можливість підсилювати ХПЗ зі складним мультигармонічним спектром.

Проведемо числові оцінки. Прийнемо, що в секції підсилення ХПЗ модуль комплексної амплітуди напруженості електростатичного поля поздовжнього ондулятора  $E_2 = 50$  кВ/см, електронний пучок характеризується кінетичною енергією 600 кеВ і плазмовою частотою  $\omega_p = 3 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>. Тоді отримуємо, що інкремент зростання хвиль  $\Gamma \approx 0,05$  см<sup>-1</sup>, період ондуляції  $\Lambda = 9,18$  см. Це означає, що в секції підсилення довжиною в 1,5 м відбувається підсилення амплітуд усіх гармонік мультигармонічної ХПЗ у  $1,2 \cdot 10^3$  рази.

### Висновки

Таким чином, у роботі побудована квадратично-нелінійна теорія підсилення мультигармонічних ХПЗ у поздовжньому електростатичному ондуляторі, який використовується як активна прольотна секція у лазерах на вільних електронах клістронного типу. Показано, що у досліджуваній системі умови параметричного резонансу для поздовжніх ХПЗ виконуються як для перших, так і для вищих гармонік. Завдяки цій властивості реалізується ефект

множинного трихвильового параметричного резонансу. Отримано аналітичні вирази для інкрементів зростання гармонік. Встановлено, що для всіх гармонік вони мають однакове значення. Завдяки цим

властивостям система на базі повздовжнього електростатичного ондулятора дозволяє підсилювати ХПЗ зі складним мультигармонічним спектром без спотворень.

#### СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Kulish V.V., Lysenko O.V., Savchenko V.I., Majornikov I.G., The Two-Stream Free Electron Laser as a Source of Electromagnetic Femto-Second Wave Packages // Laser Physics. – 2005. – No 12. – P. 1629-1633. Laser Physics 15. – 2005. – 1629.
2. Кулиш В.В., Лысенко А.В., Брусник А.Ю., Активные ЛСЭ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. Общее описание // Ж. нано-электрон. физ. 2. – 2010. – №2. – 50.
3. Кулиш В.В., Лысенко А.В., Брусник А.Ю., Активные ЛСЭ-клистроны как формирователи фемтосекундных кластеров электромагнитного поля. Описание моделей на базе секций «обыкновенного» ЛСЭ // Ж. нано-электрон. физ. 2. – 2010. – №3. – 54.
4. Mehdian H., Hasanbeigi A., Jafari S. Free-electron laser harmonic generation in an electromagnetic-wave wiggler and ion channel guiding // Phys. Plasmas 17, 023112. – 2010.
5. Xiang D., Stupakov G., Echo-enabled harmonic generation free electron laser // Phys. Rev. ST Accel. Beams 12, 030702. – 2009.
6. Кулиш В.В., Лисенко О.В., Губанов І.В., Брусник А.Ю. Супергетеродинний параметричний лазер на вільних електронах // Патент на винахід №87750. Опубліковано 10.08.2009, бюлетень №15.
7. Kulish V.V. Hierarchic Methods: Hierarchy and Hierarchic Asymptotic Methods in Electrodynamics, Vol.1. – Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers. – 2002.
8. Kulish V.V. Hierarchical methods: Undulative electrodynamic systems, Vol.2. – Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers. – 2002.

Стаття надійшла до редакції 29.05.2011

V.V. Kulish<sup>1</sup>, A.Yu. Brusnik<sup>1</sup>, A.V. Lysenko<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National Aviation University, Kosmonavta Komarova Av., 1, Kyiv, 03680  
e-mail: rysalla4ka@rambler.ru

<sup>2</sup> Sumy State University, Rymskogo-Korsakova Str., 2, Sumy, 40007

## AMPLIFICATION OF MULTIHARMONIC SPACE CHANGE WAVES IN THE SYSTEM WITH LONGITUDINAL ELECTROSTATIC UNDULATOR

It is proposed to use longitudinal electrostatic undulator as transit section in an active Free Electron Laser of klystron type for multiharmonic space change waves (SCW) amplification. The quadratic nonlinear theory of such section has been constructed. It was found that the effect of plural three-wave parametric resonances is realized in the investigated system. The SCW harmonics growth increment were obtained and analyzed. It was found that the increment has the same value for the first as well as the higher SCW harmonics. It is shown that the considered system is promising as an efficient multi-harmonic SCW amplifier for the waves with complex spectrum.

**Key words:** space change waves, parametric resonance, multiharmonic interactions, electrostatic undulator, Free Electron Laser.

В. Кулиш<sup>1</sup>, А. Брусник<sup>1</sup>, О. Лисенко<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Национальный авиационный университет, Киев, 03680, пр. Космонавта Комарова, 1

<sup>2</sup> Сумской государственной университет, Сумы, 40007, ул. Римского-Корсакова, 2  
e-mail: [kulish2001@ukr.net](mailto:kulish2001@ukr.net), [rysalla4ka@rambler.ru](mailto:rysalla4ka@rambler.ru)

## УСИЛЕНИЕ МУЛЬТИГАРМОНИЧЕСКИХ ВОЛН ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В СИСТЕМАХ С ПРОДОЛЬНОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИМ ОНДУЛЯТОРОМ

Построена квадратично-нелинейная теория усиления мультигармонических волн пространственного заряда (ВПЗ) в системе с продольным электростатическим ондулятором, которая используется в качестве активной пролетной секции в лазерах на свободных электронах клистронного типа. Установлено, что в исследуемой системе реализуется эффект множественного трехволнового параметрического резонанса. Найдены инкременты роста и получено, что, как для первой, так и для высших гармоник ВПЗ они имеют одинаковые значения. Показано, что рассматриваемая система может эффективно использоваться для усиления ВПЗ со сложным мультигармоничным спектром.

**Ключевые слова:** волны пространственного заряда, параметрический резонанс, мультигармонические взаимодействия, электростатический ондулятор, лазер на свободных электронах.