Uzhhorod University Scientific Herald. Series Physics. Issue 27. – 2010

# КВАЗІКЛАСИЧНА ТЕОРІЯ ТУНЕЛЬНОЇ ІОНІЗАЦІЇ РЕЛЯТИВІСТСЬКОГО АТОМА В ПОСТІЙНОМУ ОДНОРІДНОМУ ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

**О.К. Рейтій, В.К. Рейтій, В.Ю. Лазур**

Ужгородський національний університет, 88000, Ужгород, вул. Волошина, 54

В рамках розробленої в наших попередніх працях тривимірної версії методу ВКБ для рівняння Дірака з аксіально-симетричним потенціалом побудовано хвильову функцію електрона в класично дозволеній та забороненій областях. За допомогою отриманої хвильової функції вперше в загальному випадку обчислено ймовірність штарківської іонізації атома в постійному однорідному електричному полі. Одержані результати порівнюються з результатами інших авторів.

*Ключові слова*: ефект Штарка, тунельна іонізація, рівняння Дірака, метод ВКБ.

## Вступ

Задача про атом водню в електричному і магнітному полях має фундаментальне значення для квантової механіки і атомної фізики і часто зустрічається в застосуваннях [1-3]. Властивості енергетичного спектру атома водню і інших атомів у зовнішніх полях досліджувалось досить детально в рамках рівняння Шредінгера, починаючи з кінця двадцятих років [4].

Механізм розпаду атома в електричному полі, пов’язаний з підбар’єрним переходом електронів з поля атомного залишку в неперервний спектр, був вияснений ще на першій стадії дослідження цього процесу [4]. У полі, малому в порівнянні з внутрішньоатомним ($\sim 5\cdot 10^9$ В/см), час відходу електронів великий порівняно з атомним часом, так що стан електронів можна розглядати як квазістаціонарний з енергією $E = E_r - i\Gamma/2$, де $E_r$ – положення. відповідного йому рівня, а Γ– його ширина, яка обернено пропорційна часу життя атома в цьому стані і характеризує ймовірність іонізації атома в електричному полі [1].

Створена у 60-ті роки квазікласична теорія розпаду атомних частинок в електричному полі (див., наприклад, [5]) дозволила отримати корисні аналітичні формули для ймовірності іонізації, асимптотично точні в границі “слабких” полів. Причому були розглянуті випадки як нейтральних атомів [1, 5-7], так і від’ємних іонів типу $\mathrm{H}^-$, $\mathrm{J}^-$ [8].

Відносно недавно (див. праці [9, 10] і наведені в них посилання) в рамках методу уявного часу було розвинуто квазікласичну теорію іонізації атомів та іонів під дією постійних і однорідних електричного та магнітного полів. Серед нових квантово-механічних методів дослідження процесів взаємодії атомних частинок з електричними та магнітними полями особливе місце займає $1/n$ – розклад ($n$ – головне квантове число), який досить ефективний для високозбуджених (рідбергівських) станів атомів і молекул, в тому числі при розгляді ефектів у сильних зовнішніх полях [11].

Відмітимо, що у всіх згаданих роботах основна увага приділялась нерелятивістським аспектам теорії іонізації атомів та іонів електричним полем. Разом з тим внутрішня логіка розвитку досліджень атомних систем з високою кратністю іонізації (багатозарядних іонів) диктує, очевидно, постановку цілого ряду якісно нових задач, аналогічних тим, які раніше розв’язувались тільки для нейтральних або слабоіонізованих атомів. Особливістю багатозарядних іонів, що відрізняє їх від нейтральних атомів, є суттєво релятивістський характер руху електронів у породжених такими іонами полях (характерна швидкість електрона у водневоподібному іоні з зарядом ядра $Z$ складає $\sim\alpha Zc$; $\alpha$ – стала тонкої структури, $c$ – швидкість світла). Тому послідовна теорія штарківської іонізації таких систем повинна базуватися на релятивістській основі з урахуванням того, що релятивістські ефекти складають вже не малі поправки, а суттєво визначають порядки спектральних характеристик.

При побудові цієї теорії необхідно мати розв'язок релятивістської задачі про рух електрона у полі ядра та постійного зовнішнього електричного поля. Оскільки змінні у рівнянні Дірака для такого суперпозиційного потенціалу не відокремлюються в жодній ортогональній системі координат, то дана задача не має точного аналітичного розв'язку, а чисельні методи для неї достатньо громіздкі.

Релятивістські розрахунки лінійного ефекту Штарка за допомогою теорії збурень виконані в [12, 13], а квадратичного – за допомогою РКФГ – у вигляді розкладу за $Z\alpha$ в [14]. Слід також відмітити, що у більшості робіт в основному цікавилися тільки положенням квазістаціонарного рівня, яким можуть бути протиставлені тільки рідкі випадки обчислення ширини Г в релятивістському випадку. Порівняно недавно ймовірність іонізації *s*-рівня, енергія зв'язку якого може бути порядку енергії спокою, під дією електричного та магнітного полів було розраховано за допомогою узагальнення методу уявного часу [15].

В наших працях релятивістська квазікласична теорія тунельної іонізації атома будувалася в рамках сферичної моделі ефекту Штарка, причому як у випадку чисто векторного типу зв'язку [16], так і з урахуванням додаткової скалярної взаємодії між частинками [17]. Однак, в загальному випадку ширини квазістаціонарних станів до цього часу так і не пораховано.

У зв'язку з таким станом теорії та інтенсивними експериментальними дослідженнями останніх років особливого значення набувають асимптотичні методи обчислення ймовірності іонізації, які ґрунтуються на фізично наочній картині підбар'єрного переходу електрона. З цієї точки зору доцільно скористатись розробленою в наших попередніх працях тривимірною версією методом ВКБ для рівняння Дірака з аксіально-симетричним потенціалом, яку було успішно апробовано на прикладі релятивістської задачі двох кулонівських центрів [18]. Такий підхід дає можливість знайти наближені квазікласично зосереджені розв'язки релятивістської задачі, а також величину ймовірності тунельної іонізації атома зовнішнім електричним полем.

## 1. Метод ВКБ для рівняння Дірака з аксіально-симетричним потенціалом бар'єрного типу

Розглянемо тривимірну аксіально-симетричну квантово-механічну задачу, коли дві класично дозволені області відокремлені одна від одної потенціальним бар'єром. У цьому випадку електронна хвильова функція зосереджена в околі найбільш ймовірного шляху тунелювання, що співпадає з віссю симетрії потенціалу. Знайдемо її квазікласичну асимптотику в підбар'єрній області.

Для біспінора $\Psi = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$ рівняння Дірака має вигляд

$$\left.\begin{aligned} c\vec{\sigma}\vec{p}\xi = (E - V + c^2)\eta \\ c\vec{\sigma}\vec{p}\eta = (E - V - c^2)\xi \end{aligned}\right\}. \qquad (1)$$

Підставляючи перше рівняння системи (1) в друге і використовуючи підстановку

$$\xi = (W^+)^{1/2}\Phi\,,\ W^{\pm} = E - V \pm c^2\,, \qquad (2)$$

отримаємо матричне диференціальне рівняння другого порядку для невідомої функції $\Phi$:

$$\Delta\Phi + k^2\Phi = 0\,,$$

$$k^2 = -\frac{q^2}{\hbar^2} - \frac{\Delta V}{2W^+} - \frac{3}{4}\left(\frac{\vec{\nabla}V}{W^+}\right)^2 + \frac{i}{W^+}\vec{\sigma}\left[\vec{\nabla}V, \vec{\nabla}\right], \qquad (3)$$

де $q = \sqrt{c^4 - (E - V)^2}\Big/c$.

З огляду на аксіальну симетрію потенціалу $V$, розв'язок рівняння (3) будемо шукати в циліндричній системі координат $\{\rho z \varphi\}$, зобразивши його у мультиплікативній формі

$$\Phi = \begin{pmatrix} F_1(z,\rho)\exp[i(m - 1/2)\varphi] \\ F_2(z,\rho)\exp[i(m + 1/2)\varphi] \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Увівши в розгляд спінор $F = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}$ та підставивши (4) в (3), отримаємо матричне диференціальне рівняння для $F$. Зображуючи його розв'язки у вигляді формального степеневого ряду

$$F=\varphi\exp(\hbar^{-1}S)\,,\quad \varphi=\sum_{n=0}^{\infty}\hbar^{n}\varphi^{(n)} \qquad (5)$$

та прирівнюючи до нуля коефіцієнти при однакових степенях $\hbar$, отримуємо систему диференціальних рівнянь першого порядку для невідомих функцій $S$ і компонент спінора $\varphi^{(n)}$.

Знайдемо асимптотику хвильової функції в підбар'єрній області. В цій області функція $F$ локалізована в околі найбільш ймовірного шляху тунелювання електрона, що збігається з віссю симетрії z потенціалу. А тому, будемо шукати функцію $S$ і компоненти спінора $\varphi^{(n)}$ у вигляді степеневих рядів за $\rho$:

$$S(z,\rho)=\sum_{n=0}^{\infty}S_n(z)\rho^{2n}\,,$$

$$\varphi^{(n)}(z,\rho)=\begin{pmatrix}\rho^{|m-1/2|}\sum\limits_{k=0}^{\infty}\varphi_{1k}^{(n)}(z)\rho^{2k}\\ \rho^{|m+1/2|}\sum\limits_{k=0}^{\infty}\varphi_{2k}^{(n)}(z)\rho^{2k}\end{pmatrix}. \qquad (6)$$

Після підстановки цих розкладів у відповідні рівняння для $S$ і $\varphi^{(n)}$ та прирівнювання до нуля коефіцієнтів при однакових степенях $\rho$, одержуємо систему звичайних диференціальних рівнянь першого порядку. Так, наприклад, для функцій $S_0(z)$ і $S_1(z)$ отримуємо наступну систему рівнянь:

$$(S_0')^2-q_0^2=0\,, \qquad (7а)$$

$$2S_0'S_1'+4S_1^2-Q=0\,, \qquad (7б)$$

де $q_0^2(z)=q^2(z,0)$, $Q(z)=\dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2q^2(z,0)}{\partial\rho^2}$.

Легко бачити, що розв'язком рівняння (7а) є функція

$$S_0=\pm\int q_0dz+C_0\,,\qquad C_0=\mathrm{const}\,. \qquad (8)$$

Оскільки в підбар'єрній області хвильова функція діраківського електрона повинна спадати з ростом z, то перед інтегралом в (8) вибирається від'ємний знак.

Рівняння (7б) є рівнянням типу Ріккаті і в загальному випадку не допускає точного аналітичного розв'язку. Рівняння для всіх інших шуканих функцій $S_n(z)$ і $\varphi_{ik}^{(n)}(z)$ розв'язуються в квадратурах [18]. Вираз для нижньої компоненти $\eta$ біспінора $\Psi$ отримується з виразу для $\xi$ заміною $W^{+}\to W^{-}$.

## 2. Квазікласичні розв'язки релятивістської задачі про атом у постійному однорідному електричному полі

Потенціальна енергія електрона для задачі про релятивістський атом у постійному однорідному електричному полі в циліндричних координатах $\{z,\rho,\varphi\}$ має вигляд ($\hbar=m=e=1$):

$$V(z,\rho)=-Z\big/\sqrt{z^2+\rho^2}-Fz\,, \qquad (9)$$

де $Z$ – заряд ядра атома, $F$ – напруженість електричного поля. Хоча тут ми вважаємо, що атом є водневоподібним, нижче отримані результати будуть узагальнені і на випадок багатоелектронного атома.

Як і у сферично-симетричному випадку [17], представимо функцію $q_0(z)$ у вигляді $q_0(z)=\sqrt{2(U_{eff}-E_{eff})}$, де величина $E_{eff}=-\lambda^2/2$ ($\lambda=c\sqrt{1-\varepsilon^2}$, $\varepsilon=E/c^2$) відповідає ефективній енергії електрона, а

$$U_{eff}(z,\varepsilon)=\varepsilon V_0-V_0^2/2c^2\,, \qquad (10)$$

– ефективному потенціалу (див. рис. 1).

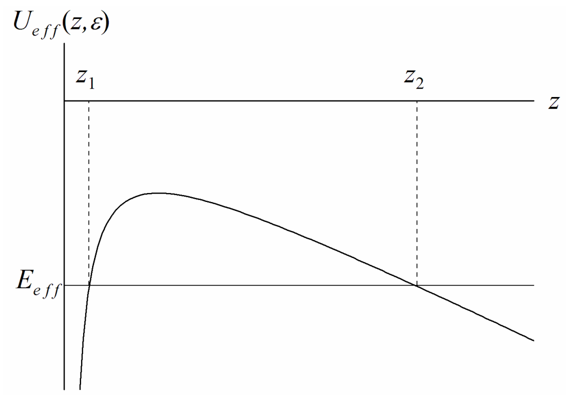


Рис. 1. Вигляд ефективного потенціалу, де $z_1$ і $z_2$ розв'язки рівняння $q_0$(z) = 0.

Для достатньо малих значень напруженості електричного поля ($F\ll\lambda^4/4Z$) існує область $2Z/\lambda^2\ll z\ll\lambda^2/2F$, в якій відстані від водневоподібного іона набагато більші його розмірів, а електричне поле ще можна розглядати як збурення. На мові ефективного потенціалу це означає, що підбар'єрна область достатньо широка, а вищезгаданим умовам задовольняють відстані з області $z_1 << z << z_2$ (до неї належить, наприклад, точка максимуму ефективного потенціалу $z_m = \sqrt{Z/F}$ ). В цьому випадку шукана хвильова функція може бути зшита з асимптотикою ( $\rho/z << 1$ ) незбуреної кулонівської хвильової функції $\Psi_0(\vec{r})$:

$$\Psi \xrightarrow[z_1<<z<<z_2]{} \Psi_0 , \qquad (11)$$

$$\Psi_0(\vec{r}) = \begin{pmatrix} f(r)\Omega_{jlm}(\vec{n}) \\ ig(r)\Omega_{jl'm}(\vec{n}) \end{pmatrix}, \; l = j \pm \frac{1}{2}, \; l' = 2j - l ,$$

$$\left.\begin{matrix} f \\ g \end{matrix}\right\} \approx \pm\sqrt{1\pm\varepsilon}\, A r^{\frac{\varepsilon Z}{\lambda}-1} e^{-\lambda r}, \; \gamma = \sqrt{k^2 - (Z/c)^2} ,$$

$k = \pm(j + 1/2)$, а асимптотичний коефіцієнт для водневоподібних атомів має вигляд:

$$A = \lambda(2\lambda)^{\frac{\varepsilon Z}{\lambda}} \sqrt{\frac{Z/\lambda - k}{2Z\Gamma(\varepsilon Z/\lambda - \gamma + 1)\Gamma(\varepsilon Z/\lambda + \gamma + 1)}} .$$

Зауважимо, що всі отримані тут результати можуть бути узагальнені на випадок багатоелектронного атома, якщо асимптотичний коефіцієнт брати або з чисельних розрахунків (наприклад, методом Хартрі-Фока-Дірака), або прямо з експерименту.

Знайдемо хвильову функцію в області $z_1 << z < z_2$, де вплив кулонівського потенціалу слабкий, і величину $q_0$ можна замінити розкладом

$$q_0 = q^{(0)} - \frac{Z(E+Fz)}{c^2 z q^{(0)}}, \; q^{(0)} = \frac{1}{c}\sqrt{c^4 - (E+Fz)^2} .$$

Тоді з врахуванням умови (11) маємо

$$S_0 = -\frac{E+Fz}{2F} q^{(0)} - \left(\frac{c^3}{2F} - \frac{Z}{c}\right)\left(\arcsin\frac{E+Fz}{c^2} - \right.$$

$$\left. - \arcsin\varepsilon\right) + \frac{\varepsilon Z}{\lambda} \ln\left|\frac{2\lambda^2 z}{\lambda^2 + \lambda q^{(0)} - \varepsilon F z}\right| + \frac{E\lambda}{2F} . (12)$$

При $z >> z_1$ в нульовому наближенні правою частиною рівняння (7б) можна знехтувати. Тоді його розв'язок за умови (11) матиме вигляд:

$$S_1 = -\frac{F}{2c\left(\arcsin\dfrac{E+Fz}{c^2} - \arcsin\varepsilon\right)} . \qquad (13)$$

Знайшовши аналогічним чином всі інші члени розкладів (6), отримаємо ВКБ-асимптотику хвильової функції в підбар'єрній області, яка у випадку $m > 0$ записується у формі:

$$\Psi = C\sqrt{\frac{\lambda}{c^2 q^{(0)}}} \begin{pmatrix} \sqrt{c^2 + E + Fz} \\ O(\rho) \\ i\sqrt{c^2 - E - Fz} \\ O(\rho) \end{pmatrix} \left(\frac{2S_1}{\lambda}\right)^{m+1/2} \times$$

$$\times \rho^{m-1/2} \exp\left[S_0 + S_1\rho^2 + i(m - 1/2)\varphi\right], \quad (14)$$

$$C = \frac{A(-1)^{m+1/2} \operatorname{sgn} k}{2^{m-1/2}(m-1/2)!} \sqrt{\frac{(j+m)!}{4\pi(j-m)!}} .$$

## 3. Ймовірність тунельної іонізації

Продовжимо хвильову функцію в класично дозволену область $z > z_2$. Використавши для цього метод обходу точки повороту $z = z_2$ в комплексній площині (метод Цваана) та залишаючи розв'язок, який відповідає розбіжній хвилі, отримуємо ( $m > 0$ )

$$\Psi = AC\sqrt{\frac{\lambda}{c^2 p^{(0)}}} \begin{pmatrix} \sqrt{E + Fz + c^2} \\ O(\rho^2) \\ \sqrt{E + Fz - c^2} \\ O(\rho^2) \end{pmatrix} \left(\frac{2S_1}{\lambda}\right)^{m+\frac{1}{2}} \times$$

$$\times \rho^{m-\frac{1}{2}} \exp\left[S_0 + S_1\rho^2 + i\left(m - \frac{1}{2}\right)\varphi\right], (15)$$

$$S_0 = \frac{E+Fz}{2F} i q^{(0)} - \left(\frac{c^3}{2F} - \frac{Z}{c}\right)\left(i \ln\frac{E+Fz+cp^{(0)}}{c^2} + \right.$$

$$\left. + \arccos\varepsilon\right) + \frac{\varepsilon Z}{\lambda}\ln\left|\frac{2\lambda^2 z}{\lambda^2 - i\lambda p^{(0)} - \varepsilon F z}\right| + \frac{E\lambda}{2F} + \frac{i\pi}{4} , (16)$$

$$S_1 = \frac{F}{2c\left(i\ln\dfrac{E+Fz+cp^{(0)}}{c^2} + \arccos\varepsilon\right)}, \quad (17)$$

а $p^{(0)} = c^{-1}\sqrt{(E+Fz)^2 - c^4}$ .

Енергія квазістаціонарного стану є величина комплексна [1]: $E = E_r - i\Gamma/2$, де $E_r$ – положення, а $\Gamma$ – ширина резонансу, яка пропорційна ймовірності розпаду системи за одиницю часу $W = \Gamma/\hbar$. Ймовірність іонізації дорівнює повному потоку ймовірності через площину, перпендикулярну осі симетрії електричного поля $z$ ( $\hbar = 1$ )

$$W = c\int_S \Psi^+ \vec{\alpha}\Psi d\vec{S} = c\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\left(\Psi^+ \alpha_z \Psi\right)\rho d\rho d\varphi . \quad (18)$$

Підставляючи отримані в класично дозволеній області хвильові функції в формулу (18) і обчислюючи подвійний інтеграл, одержуємо для обох знаків $m$ наступний вираз:

$$W = \frac{2\lambda A^2}{(|m|-1/2)!}\frac{(j+|m|)!}{(j-|m|)!}\frac{(2\lambda^2)^{\frac{2\varepsilon Z}{\lambda}}}{(4c\lambda^2\arccos\varepsilon)^{|m|+1/2}}F^{|m|+1/2-\frac{2\varepsilon Z}{\lambda}}\exp\left(\frac{E\lambda - c^3\arccos\varepsilon}{F}+\frac{2Z}{c}\arccos\varepsilon\right). \quad (19)$$

Тут під величиною енергії слід розуміти її дійсну частину $E_r$, яку можна знайти за допомогою теорії збурень [2, 13]:

$$E = E_r = E_0 \pm \frac{3}{4}\sqrt{N^2-k^2}\,\frac{(n_r+\gamma)mF}{j(j+1)Z}, \quad (20)$$

де $$E_0 = c^2\left\{1+\left[Z/(n_r+\gamma)c\right]^2\right\}^{-1/2},$$

$N=\sqrt{n^2-2n_r(|k|-\gamma)}$, $n$ і $n_r$ – головне і радіальне квантові числа, відповідно, а знаки ± відповідають станам $l = j \pm 1/2$.

Для $s$-станів ($j=|m|=1/2$) формула (19) спрощується і співпадає з результатом праці [15], отриманим за допомогою методу уявного часу:

$$W_s = \frac{A^2(2\lambda^2)^{\frac{2\varepsilon Z}{\lambda}}}{2c\lambda\arccos\varepsilon}F^{1-\frac{2\varepsilon Z}{\lambda}}\exp\left(\frac{E\lambda - c^3\arccos\varepsilon}{F}+\frac{2Z}{c}\arccos\varepsilon\right) \quad (21)$$

В нерелятивістській границі ($c\to\infty$) при $Z=1$ вираз (21) переходить у добре відому формулу для штарківської іонізації атома водню, отриману в рамках рівняння Шредінгера [1]:

$$W_H = \frac{4}{F}\exp\left(-\frac{2}{3F}\right). \quad (22)$$

## Література


1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). – М.: Наука, 1989. – 768 с.
2. Бете Г., Солпитер Э. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. – М.: Физматиздат, 1960. – 586 с.
3. Смирнов Б.М. Физика атома и иона. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 354 с.
4. Ридберговские состояния атомов и молекул: Пер. с анг./ Под ред. Р. Стебингса и Ф. Даннинга. – М.: Мир, 1985. – 496 с.
5. Смирнов Б.М. Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. – М.: Атомиздат, 1968. – 244 с.
6. Смирнов Б.М., Чибисов М.И. Разрушение атомных частиц электрическим полем и электронным ударом // ЖЭТФ. – 1965. – Т. 49. – № 3. – С. 841-851.
7. Переломов А.М., Попов В.С., Терентьев М.В. Ионизация атомов в переменном электрическом поле // Журн. Эксп. Теор. Физ. – 1966. – Т. 50. – № 5. – С. 1393-1409; Т. 51. – №1. – С. 309-325.
8. Демков Н.Н., Друкарев Г.Ф. Распад и поляризуемость отрицательного иона в электрическом поле // ЖЭТФ. – 1964. – Т. 47. – №3. – С. 918-924.
9. Попов В.С., Карнаков Б.М., Мур В.Д. Ионизация атомов в электрическом и магнитных полях и метод мнимого времени // ЖЭТФ. – 1998. – Т. 113. – № 5. – С. 1579-1605.
10. Попов В.С., Сергеев А.В. Ионизация атомов в слабых полях и асимптотика высших порядков теории возмущений // ЖЭТФ. – 1998. – Т. 113. – № 6. – С. 2047-2055.
11. Попов В.С., Сергеев А.В., Щеблкин А.В. О структуре высших порядков 1/$n$–разложения // ЖЭТФ. – 1992. – Т. 102. – № 5. – С. 1453-1463.
12. Kulkarni R.C., Swamy N.V., Chaffin E. First-order Stark shifts for low electric fields // Phys. Rev. A. – 1973. – V. 7. – No 1. – P. 27-33.

13. Запрягаев С.А. Эффект Штарка уровней тонкой структуры водородоподобного атома // Опт. и спектр. – 1978. – Т. 44. – №5. – С. 892-899.
14. Запрягаев С.А., Манаков Н.Л. Кулоновская функция Грина уравнения Дирака и расчеты по стационарной теории возмущений // ЯФ. – 1976. – Т. 23. – №6. – С. 917-925.
15. Мур В.Д., Карнаков Б.М., Попов В.С. Релятивистская версия метода мнимого времени // ЖЭТФ. – 1998. – Т. 114. – № 3. – С. 798-820.
16. Горват А.А. (мол.), Лазур В.Ю., Рейтій О.К. Релятивістська сферична модель ефекту Штарка у водневоподібному іоні // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика. – 2000. – №6. – С. 48-60.
17. Lazur V.Yu., Reity O.K., Rubish V.V. Spherical model of the Stark effect in external scalar and vector fields // Int. J. Mod. Phys. A. – 2010. – V. 25. – No 16. – P. 3235-3259.
18. Reity O.K., Lazur V.Yu., Katernoha A.V. The quantum mechanical two-Coulomb-centre problem in the Dirac equation framework // J. Phys. B. – 2002. – Vol. 35. – No 1. – P. 1-17.

# QUASICLASSICAL THEORY OF THE TUNNEL IONIZATION OF THE RELATIVISTIC ATOM IN THE CONSTANT HOMOGENEOUS ELECTRIC FIELD

**O.K. Reity, V.K. Reity, V.Yu. Lazur**

Uzhhorod National University, 88000, Uzhhorod, Voloshyna Str., 54

In the framework of the three-dimensional version of WKB method for the Dirac equation with an axially symmetrical potential, that was elaborated in our previous papers, the electron wave function is constructed in classically allowed and forbidden regions. For the first time, by means of the obtained wave function, the general analytical expression for the probability of ionization of an atom in the constant homogeneous electric field is calculated. The comparison of the found formulas with results known previously is carried out.

*Key words*: Stark effect, tunnel ionization, Dirac equation, WKB method.

# КВАЗИКЛАССИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ТУННЕЛЬНОЙ ИОНИЗАЦИИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО АТОМА В ПОСТОЯННОМ ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

**А.К. Рейтий, В.К. Рейтий, В.Ю. Лазур**

Ужгородский национальный университет, 88000, Ужгород, ул. Волошина, 54

В рамках разработанной нами ранее трехмерной версии метода ВКБ для уравнения Дирака с осесимметричным потенциалом построена волновая функция электрона в классически разрешенной и запрещенной областях. С помощью полученной волновой функции впервые в общем случае рассчитана вероятность штарковской ионизации атома в постоянном однородном электрическом поле. Полученные результаты сравниваются с результатами других авторов.

*Ключевые слова*: эффект Штарка, туннельная ионизация, уравнение Дирака, метод ВКБ.