ПРО НЕОБХІДНІСТЬ КАНОНІЧНОГО ПРЕДСТАВЛЕННЯ ФОЛДІ – ВОТХОЙЗЕНА ДЛЯ СПІНОРНОГО ПОЛЯ

І.Ю. Кривський, В.М. Симулик

Інститут електронної фізики НАН України, відділ теорії елементарних взаємодій, 88000, Ужгород, вул. Університетська, 21,
e-mail: sim@iep.uzhgorod.ua

Систематизована фізико-математична аргументація про незадовільність інтерпретації спінорного поля Дірака $\psi(x)$ як хвильової функції дублета частинки-античастинки спіну $s=1/2$. Обґрунтована необхідність переходу до канонічного представлення Фолді – Вотхойзена для спінорного поля.

1. Вступ

Стаття розкриває роль представлення Фолді – Вотхойзена [1] (скорочено ФВ) для рівняння Дірака, роз'яснює деякі тонкі аспекти релятивістської квантової механіки електрона, містить короткий огляд і систематизацію фізико-математичної аргументації про незадовільність інтерпретації спінорного поля Дірака $\psi(x)$ як хвильової функції дублета частинки-античастинки спіну $s=1/2$. Аргументовано перехід до канонічного представлення ФВ.

В даній роботі ми розпочинаємо послідовний опис спінорного поля на основі рівняння ФВ [1], а не рівняння Дірака, яке використовується у відомих монографіях [2,3] та багатьох інших оглядах теорії спінорного поля чи релятивістської квантової механіки.

Стаття є першою роботою із циклу робіт авторів, які присвячені релятивістській квантовій механіці та теорії поля у канонічному представленні ФВ. В циклі буде розглянуто в деталях: 1) релятивістську квантову механіку вільного електрона та довільного $\vec{s}$-мультиплету у представленні ФВ, 2) спінорне поле у канонічному представленні ФВ, 3) лагранжевий підхід та динамічні змінні для спінорного поля у представленні ФВ, 4) рівняння Дірака – Кейлера у представленні ФВ.

2. Локальні поля та локальні представлення групи Пуанкаре

Наведемо ***основні величини, поняття і позначення***, які знадобляться для викладу матеріалу.

Будемо використовувати стандартні релятивістські позначення, зокрема, метричний тензор g вибираємо у вигляді

$$g=(g^{\mu}_{\nu})=diag\, g(+---),\quad g^{\mu\nu}=g_{\mu\nu}=g^{\mu}_{\nu},\quad (1)$$

так що у просторі-часі Мінковського $\mathrm{M}(1,3)$ лоренців квадрат 4-вектора $x\equiv(x^{\mu})\in\mathrm{M}(1,3)$ записується у вигляді

$$\begin{gathered}x^2\equiv x^{\mu}x^{\nu}g_{\mu\nu}=x^{\mu}x_{\mu}={x_0}^2-\vec{x}^2,\\ \vec{x}\equiv(x^j)\in\mathrm{R}^3\subset\mathrm{M}(1,3).\end{gathered}\quad (2)$$

Грецькі індекси пробігають значення 0,1,2,3, а латинські – 1,2,3 Якщо спеціально не оговорено інше, то використовується правило сумування по індексу, що повторюється двічі. Вибирається природна система одиниць ($\hbar=c=1$). Лише в окремих випадках, коли будуть важливими фізична інтерпретація та аналіз результатів, фізичні величини подаватимуться у своїх реальних розмірностях.

Через $\mathscr{L}$=SL(2,C) позначена універсальна накриваюча власної ортохронної групи Лоренца $\mathrm{L}^{\uparrow}_{+}$, а через

$\mathcal{P} \supset \mathcal{L}$ – універсальна накриваюча власної ортохронної групи Пуанкаре $\mathrm{P}_+^\uparrow = \mathrm{T}(4) \times \mathrm{L}_+^\uparrow$. В якості дійсних параметрів групи $\mathcal{P}$ вибираємо 4-вектор трансляцій $a = (a^\mu) \in \mathrm{M}(1,3)$ і тензор $\omega \equiv (\omega^{\mu\nu} = -\omega^{\nu\mu})$, де $\omega^{\mu\nu}$ – кут повороту в декартовій площині $\mu\nu \subset \mathrm{M}(1.3)$ (причому символом $(a,\, \omega)$ позначаємо також елемент групи $\mathcal{P} \supset \mathcal{L}$).

Довільне $\mathcal{P}$–перетворення поля $\varphi = \left(\varphi^{\mathrm{a}}(x)\right)_{\mathrm{a}=1}^{\mathrm{A}}$ (як довільно-фіксованого A-компонентного $\mathcal{P}$-коваріанта), породжуване $\mathcal{P}$-перетворенням в $\mathrm{M}(1,3)$

$$x \to x' = \Lambda x + a \Leftrightarrow x^\mu \to x'^\mu = \Lambda^\mu_\nu x^\nu, \quad \Lambda = \Lambda(\omega) \equiv (\Lambda^\mu_\nu) \in \mathcal{L}, \tag{3}$$

інфінітезимально (inf) записуємо у вигляді

$$\varphi(x) \to \varphi'(x) \equiv \left(\mathrm{R}(a,\omega)\varphi\right)(x) \overset{\inf}{=} \left(1 - i a^\rho p_\rho - \frac{i}{2}\omega^{\rho\sigma} j_{\rho\sigma}\right)\varphi(x), \quad (a,\omega) \in \mathcal{P}, \quad \Lambda^{-1} \in \mathcal{L}. \tag{4}$$

Тоді $\mathcal{P}$–генератори $(p_\rho,\, j_{\rho\sigma})$ задовольняють комутаційним співвідношенням у явно коваріантній формі

$$\left[\, p_\mu,\, p_\nu \,\right] = 0, \quad \left[\, p_\mu,\, j_{\rho\sigma} \,\right] = i g_{\mu\rho}\, p_\sigma - i g_{\mu\sigma}\, p_\rho, \tag{5}$$

$$\left[\, j_{\mu\nu},\, j_{\rho\sigma} \,\right] = -i(g_{\mu\rho} j_{\nu\sigma} + i g_{\rho\nu} j_{\sigma\mu} + g_{\nu\sigma} j_{\mu\rho} + g_{\sigma\mu} j_{\rho\nu}), \tag{6}$$

а експоненціальним рядом

$$(a,\omega) \in \mathcal{P} \to \mathrm{R}(a,\omega) = \exp\left(-i a^\rho p_\rho - \frac{i}{2}\omega^{\rho\sigma} j_{\rho\sigma}\right) \tag{7}$$

визначаються скінчені $\mathcal{P}$–зображення $\mathrm{R}(a,\omega)$ в просторі $\{\varphi\}$.

$\mathcal{P}$–зображення, яке задається формулою (4) або (7), називається *локальним*, якщо $\mathcal{P}$ –генератори $p_\rho,\, j_{\rho\sigma}$ мають вигляд наступних операторів Лі

$$p_\rho = i\partial_\rho, \quad j_{\rho\sigma} = m_{\rho\sigma} + s_{\rho\sigma}; \quad \partial_\rho \equiv \partial/\partial x^\rho, \;\; m_{\rho\sigma} \equiv x_\rho p_\sigma - x_\sigma p_\rho, \tag{8}$$

які безумовно задовольняють $\mathcal{P}$–таблиці (5), (6). Комутаційним співвідношенням (6) задовольняють також окремо взяті оператори $m_{\rho\sigma}$ та $s_{\rho\sigma}$. У виразах (8) оператори $s_{\rho\sigma}$ – це генератори чисто матричного A-мірного зображення групи $\mathcal{L}$, тобто генератори чисто матричного $\mathcal{L}$–перетворення $\omega \to \mathrm{R}(\omega)$ (набір шести незалежних матричних операторів $s_{\rho\sigma}$ називаємо *лоренцовим спіном*).

Характерною ознакою локальності $\mathcal{P}$–перетворення поля $\varphi(x)$ є його явний вигляд

$$\varphi(x) \to \varphi'(x) = \mathrm{R}_1(\omega)\varphi\left(\Lambda^{-1}(x-a)\right) \tag{9}$$

(наслідок того факту, що генератори (8) належать класу операторів Лі), у якому матрична $\mathrm{R}_1(\omega)$ (перетворення «форми») та диференціальна $\mathrm{R}_2(a,\omega)$, $\left(\mathrm{R}_2(a,\omega)\varphi\right)(x) \equiv \varphi\left(\Lambda^{-1}(x-a)\right)$, складові $\mathcal{P}$–перетворення (9) фігурують відокремлено.

Зображення групи $\mathcal{P}$ у представленнях типу ФВ є нелокальними, вони задаються генераторами $(p_\rho,\, j_{\rho\sigma})^{\mathrm{nonloc}}$, бодай частина з яких не є операторами Лі (наприклад, $\omega \equiv \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m^2} = \sqrt{-\Delta + m^2}$, див. нижче). Нелокальні генератори $(p_\rho,\, j_{\rho\sigma})$ задовольняють тим самим комутаційним співвідношенням (5), (6) у явно коваріантній формі. На відміну від операторів (8) вони не представляються у вигляді суми матричної та диференціальної частин.

Математична коректність розгляду забезпечується тим фізично виправданим припущенням, що розв'язки рівнянь для поля $\varphi : \mathrm{M}(1,3) \to \mathrm{C}^{\mathrm{A}}$ шукаються у просторі $\mathbb{S}^{4,\mathrm{A}} = \left(\mathbb{S}(\mathrm{M}(1,3)\right) \times \mathbb{C}^{\mathrm{A}}$ A-компонентних комплексних функцій

Шварца, який є *щільним* у просторі $\left(\mathbb{S}^{4,\mathrm{A}}\right)^{*}$ узагальнених функцій Шварца.

Наведемо також явний вигляд ***вільного рівняння Дірака*** та його загального розв'язку у зручній для нас формі, а саме:

$$\begin{aligned}
&\left[i\partial_0-\gamma^0\left(\vec{\gamma}\cdot\vec{p}+m\right)\right]\psi(x)=0\\
&\leftrightarrow\left(\gamma^{\mu}p_{\mu}-m\right)\psi(x)=0,\\
&\psi(x)\equiv\left(\psi^{\mathrm{a}}(x)\right),\ \ \mathrm{a}=\overline{1,4},
\end{aligned}\qquad(10)$$

$$\begin{aligned}
&\psi(x)=\frac{1}{(2\pi)^{3/2}}\int d^3k[a^{\mathrm{r}}(\vec{k})v_{\mathrm{r}}^{-}(\vec{k})e^{-ikx}\\
&+b^{*\mathrm{r}}(\vec{k})v_{\mathrm{r}}^{+}(\vec{k})e^{ikx}],\quad \mathrm{r}=1,2,\\
&kx\equiv\tilde{\omega}t-\vec{k}\vec{x},\ \ \tilde{\omega}\equiv\sqrt{\vec{k}^2+m^2}.
\end{aligned}\qquad(11)$$

У формулах (10) оператори $p_{\mu}=i\partial_{\mu},\ \partial_{\mu}\equiv\partial/\partial x^{\mu}$; 4x4 матриці Дірака γ^{μ}, які задовольняють комутаційним співвідношенням алгебри Кліффорда – Дірака

$$\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}+\gamma^{\nu}\gamma^{\mu}=2g^{\mu\nu},\qquad(12)$$

вибираємо у представленні Паулі – Дірака

$$\gamma^0=\begin{vmatrix}1&1\\0&-1\end{vmatrix},\ \ \gamma^l=\begin{vmatrix}0&\sigma^l\\-\sigma^l&0\end{vmatrix},\ \ l=1,2,3\ ,\qquad(13)$$

де матриці Паулі

$$\begin{aligned}
&\sigma^1=\begin{vmatrix}0&1\\1&0\end{vmatrix},\ \sigma^2=\begin{vmatrix}0&-i\\i&0\end{vmatrix},\ \sigma^3=\begin{vmatrix}1&0\\0&-1\end{vmatrix};\\
&\sigma^1\sigma^2=i\sigma^3,\ 123!\text{–}\textit{öèêë}.
\end{aligned}\qquad(14)$$

Базисні вектори мають вигляд

$$\begin{aligned}
&v_{\mathrm{r}}^{-}(\vec{k})=N\begin{vmatrix}(\tilde{\omega}+m)\,d_{\mathrm{r}}\\(\vec{\sigma}\cdot\vec{k})d_{\mathrm{r}}\end{vmatrix},\\
&v_{\mathrm{r}}^{+}(\vec{k})=N\begin{vmatrix}(\vec{\sigma}\cdot\vec{k})d_{\mathrm{r}}\\(\tilde{\omega}+m)\,d_{\mathrm{r}}\end{vmatrix},
\end{aligned}\qquad(15)$$

де d_{r} – двомірний декартовий базис, r = 1,2,

$$d_1=\begin{vmatrix}1\\0\end{vmatrix},\ d_2=\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix},\ \ N\equiv\frac{1}{\sqrt{2\tilde{\omega}(\tilde{\omega}+m)}},\qquad(16)$$

а четвірка функцій від $\vec{k}$

$$\left(a^{\mathrm{r}}(\vec{k}),\ b^{\mathrm{r}'}(\vec{k});\quad r=1,2;\quad \vec{k}\in\mathrm{R}_{\vec{k}}^{3}\right)\qquad(17)$$

– це набір імпульсно-спінових амплітуд як довільно фіксованих (узагальнених) функцій точок $\vec{k}$ спектра $\mathrm{R}_{\mathrm{k}}^{3}$ оператора імпульсу $\vec{p}=(-i\partial_l)$.

Загальноприйняте означення релятивістської інваріантності рівняння Дірака (10) у наведених вище поняттях означає інваріантність множини розв'язків (11) рівняння (10) відносно локального зображення (9) групи $\mathscr{P}$, породжуваного за формулою (7) генераторами (8) з лоренцовим спіном

$$\begin{aligned}
&s_{\rho\sigma}=\frac{i}{4}\left[\gamma_{\rho},\gamma_{\sigma}\right];\ \ \left(s_{jl}\equiv s^{i}\right)\equiv\vec{s}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}\vec{\sigma}&0\\0&\vec{\sigma}\end{vmatrix},\\
&\left(s_{0j}\equiv \underset{\sim}{s}^{j}\right)\equiv\underset{\sim}{\vec{s}}=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}0&\vec{\sigma}\\\vec{\sigma}&0\end{vmatrix}.
\end{aligned}\qquad(18)$$

Вкажемо також, що на розв'язках (11) рівняння Дірака (10) набір операторів Лі $(p_{\mu},\,j_{\mu\nu})$ (8) енергії-імпульсу p_{μ} та 4-моменту $j_{\mu\nu}=m_{\mu\nu}+s_{\mu\nu}$ з лоренцовим спіном $s_{\mu\nu}$ (18) співпадає з наступними операторами $(p_{\mu},\,j_{\mu\nu})^{\text{non Lie}}$

$$\begin{cases}p_0=\gamma^0\left(\vec{\gamma}\vec{p}+m\right)\equiv H,\quad p_k=i\partial_k,\\ j_{mn}=m_{mn}+s_{mn},\ \ j_{0k}=x_0p_k-x_kH+s_{0k},\end{cases}\qquad(19)$$

що не належать класу операторів Лі (див., наприклад, [4]). Ці оператори ермітові (у просторі розв'язків рівняння Дірака (10), і, на відміну від операторів Лі (8) з $s_{\mu\nu}$ (18), вони породжують так зване індуковане зображення групи $\mathscr{P}$, через яке певним чином (див., наприклад, [5]) визначається відповідна унітарна група інваріантності рівняння Дірака (10).

3. Необхідність у представленні Фолді – Вотхойзена

Нагадаємо, що у більшості задач атомної та ядерної фізики приймається наступний

Анзац. Енергетичний спектр та інші квантовомеханічні властивості електрона (або позитрона) маси m та заряду –e (або іншого ферміона з відповідними масою і зарядом), що взаємодіє з зовнішнім електромагнітним полем $A=(A^{\mu})$ потенціалів A^{μ}, задовільно описується рівнянням Дірака

$$\left[\gamma^{\mu}\left(i\partial_{\mu}-eA_{\mu}(x)\right)-m\right]\psi(x)=0. \quad (20)$$

Цей Анзац є також основою багаточастинкового методу Хартрі – Фока – Дірака як релятивістського узагальнення відомого методу Хартрі – Фока, який базується на відповідному нерелятивістському рівнянні Шредінгера (або Паулі) для електрона у зовнішньому полі $A=(A^{\mu})$.

Загальновідомо також, що на асимптотично великих просторово-часових відстанях (на яких проводяться експериментальні вимірювання характеристик початкових та кінцевих станів) квантовомеханічні властивості електрона мають описуватись відповідним вільним рівнянням (яке не містить зовнішнього поля $A=(A^{\mu})$), тобто рівнянням (10). Якщо вищезгаданий Анзац бездоганний, то рівняння (10), як частинний випадок рівняння (20), повинно було б бездоганно описувати всі квантовомеханічні властивості вільного електрона. Однак, як показано в оригінальній роботі [1] та багатьох публікаціях аж до сьогодення (див., наприклад, [6–8]), квантовомеханічний опис вільного електрона рівнянням (10) має принципові вади. Як впливають ці вади на точність методів атомних розрахунків типу Хартрі – Фока – Дірака – питання відкрите. Короткий огляд відповідних тверджень вказаних робіт наводимо нижче.

3.1. *Швидкість в квантовомеханічній теорії, що базується на рівнянні Дірака (10), не є швидкістю електрона*. Дійсно, оператор

$$\dot{\vec{x}}=\frac{i}{\hbar}\left[H,\vec{x}\right]=c\gamma^{0}\vec{\gamma} \quad (21)$$

згідно положень квантової механіки мав би називатися оператором швидкості електрона. Тут H – гамільтоніан із рівняння Дірака (10)

$$H^{rozmirn}=\gamma^{0}(c\vec{\gamma}\cdot\vec{p}+mc^{2}), \quad (22)$$

c – швидкість світла у вакуумі. В монографії [9] Дірак безуспішно намагається дати інтерпретацію такої “швидкості” в рамках квантової механіки. Аргументи [1, 6] незаперечні. Дійсно, оскільки $\left(\gamma^{0}\vec{\gamma}\right)^{2}=1$, то абсолютна величина проекції цієї «швидкості» на заданий напрямок завжди дорівнювала б c, що є нісенітницею з точки зору сучасної фізики. Крім того, внаслідок $\left[\gamma^{0}\gamma^{1},\gamma^{0}\gamma^{2}\right]\neq 0$, якщо визначена проекція швидкості на один напрямок, одночасно неможливо визначити дві інші її проекції. Зрозуміло, що все це суперечить експериментам по вимірюванню швидкості електрона.

3.2. *Координата в квантовомеханічній теорії, що базується на рівнянні Дірака (10), не є координатою електрона* (зокрема, у випадку взаємодії електрона з полем ядра $A_{0}=Ze/|\vec{x}|$ змінна $\vec{x}$ не є координатою руху електрона відносно точкового ядра**).** Це твердження є безпосереднім наслідком попереднього твердження про швидкість. Невизначеність (розмитість) координати частинки тягне за собою необхідність апелювання до так званого шредінгерівського “дрижання” електрона (zitterbewegung), що в свою чергу породжує цілий комплекс додаткових теоретичних проблем і є штучним з точки зору експериментальних фактів.

3.3. ***Спін в квантовомеханічній теорії, що базується на рівнянні Дірака (10), не є спіном електрона.*** Пряме обчислення комутатора проекцій спіна частинки $\vec{s} = (s_{jl} = s^i)$ (18) з гамільтоніаном Дірака (22) дає

$$\left[H, s^1\right] = i\gamma^0\left(\gamma^2 - \gamma^3\right),\ \left[H, s^2\right] = i\gamma^0\left(\gamma^3 - \gamma^1\right),\ \left[H, s^3\right] = i\gamma^0\left(\gamma^1 - \gamma^2\right), \quad (23)$$

тобто спін діраківської частинки не комутує з гамільтоніаном. Це означає, що спін частинки (жодна з його компонент окремо) не є величиною, що зберігається. Отже, позаяк рівняння Дірака (10) вважається квантовомеханічним рівнянням для вільного електрона, то незбереження спіна $\vec{s}$ (23) означає, що рівняння Дірака передбачає spin-flip процеси (перевертання спіна) навіть для вільного електрона, що суперечить експерименту.

Хоча повний момент кількості руху (орбітальний плюс спіновий)

$$\vec{j} = \vec{x} \times \vec{p} + \vec{s} \quad (24)$$

комутує з гамільтоніаном (22),

$$\left[H, \vec{j}\right] = 0 \quad (25)$$

(що і до сьогодні часто подається як досягнення теорії Дірака), але з врахуванням (23) і наведених зауважень, очевидно, що цей факт покращує ситуацію лише стосовно повного моменту (24) і аж ніяк, не стосовно спінового моменту (18).

Враховуючи (24) та (25), Дірак у [9] робить висновок: "Цей результат можна трактувати як існування у електронів спінового моменту кількості руху (18), який слід додати до орбітального моменту, щоб отримати інтеграл руху". З врахуванням сучасного розгляду [1, 6 – 8] даний висновок Дірака є некоректним принаймні методично. Справа в тому, що у цьому самому представленні (навіть без переходу у представлення ФВ) існують такі "істинна координата" та "істинний спін", що, виражений через таку справжню координату орбітальний момент кількості руху сам, взятий окремо, комутує з гамільтоніаном (22), так само як і взятий окремо "істинний спін". Таким чином, кожен окремо і орбітальний, і спіновий моменти є інтегралами руху (див. дві наші наступні статті, що є безпосередніми продовженнями даної). Отже сьогодні нагадані аргументи Дірака, основані на твердженнях (24) і (25), слід вважати архаїзмом.

На жаль, вказана аргументація Дірака досі використовується, див. наприклад, [10,11], у деяких сучасних підручниках з квантової механіки для введення поняття спіна. У двох наступних статтях на основі результатів [1, 6 – 8] ми акцентуємо увагу на наявності математично коректного і фізично обґрунтованого означення спіна у теорії спінорного поля.

3.4. ***Деякі недоліки гамільтоніана Дірака.*** Гамільтоніан (22) вільного рівняння Дірака (10) містить недіагональні оператори, які переплутують компоненти хвильових функцій електрона та позитрона. Тому, наприклад функція

$$\psi_{\vec{k}}^{-}(x) = a^{\mathrm{r}}(\vec{k}) v_{\mathrm{r}}^{-} e^{-ikx} = e^{-i\tilde{\omega}t} \psi_{\vec{k}}^{-}(\vec{x}), \quad (26)$$

яка є власною для оператора (22) з власним значенням $E^{+} = \tilde{\omega} \equiv \sqrt{\vec{k}^2 + m^2} > 0$, інтерпретується як "квантовомеханічна" хвильова функція (вільного) електрона. Однак, вона 4-компонентна, а не 2-компонентна, як цього вимагає квантова механіка електрона (тобто однієї частинки спіна $s = \dfrac{1}{2}$ з електронно-позитронного дублета). Далі, спектр гамільтоніана (22) знаконевизначений, тому античастинці у "квантовомеханічному стані"

$$\psi_{\vec{k}}^{+}(x) = b^{*\mathrm{r}}(\vec{k}) v_{\mathrm{r}}^{+} e^{ikx} = e^{i\tilde{\omega}t} \psi_{\vec{k}}^{+}(\vec{x}), \quad (27)$$

власному для оператора (22), приписують від'ємну (повну релятивістську) енергію $E^- = -\sqrt{\vec{k}^2 + m^2}$, що є фізичним абсурдом.

Зауваження. Щоб обійти останню трудність, Дірак запропонував концепцію "вакууму" з повністю заповненими станами з негативною енергією, причому зі статусом не спостережуваної субстанції. А вперше передбачений ним позитрон він трактував відомим чином як "дірку" у згаданому вакуумі. Незважаючи на корисне історико-евристичне значення цих міркувань Дірака, послідовна фізико-математична логіка квантової теорії не потребує оперування з такого роду не спостережуваною субстанцією.

Однією з фундаментальних причин виникнення перелічених тут недоліків є намагання використовувати в теорії лише ***явно*** релятивістськи інваріантні поняття, такі як локальне зображення групи $\mathscr{P}$, релятивістськи інваріантна міра Лебега – Стільтьєса, і т. д. Тому вихід із ситуації може полягати саме у відмові від ***явної*** релятивістської коваріантності без жодної втрати релятивістської інваріантності по суті.

Всі наведені понятійні труднощі у інтерпретації вільного рівняння Дірака притаманні також рівнянню Дірака (20) із взаємодією з полем $A = (A^{\mu})$, вони зумовлюють відомі труднощі у задачі одержання квазірелятивістського квантовомеханічного наближення на основі рівняння (20).

Саме пошук математично коректного перетворення, яке б діагоналізовувало гамільтоніан Дірака і забезпечило несуперечливу інтерпретацію теорії спінорного поля, привів до появи перетворення ФВ, представлення ФВ та рівняння ФВ. Для випадку вільного рівняння (10) існує точне перетворення ФВ, а для рівняння (20), що містить взаємодію із зовнішнім електромагнітним полем, – лише наближене у вигляді ряду по степенях $1/m$ [1], або ряду по степенях заряду e [8].

4. Висновки

Шлях послідовного подолання наведених тут труднощів теорії Дірака на основі переходу до представлення ФВ показано у наших наступних роботах «Про релятивістську квантову механіку частинки довільних маси і спіну у канонічному представленні Фолді – Вотхойзена» та «Про лагранжевий підхід та динамічні змінні для спінорного поля у канонічному представленні Фолді – Вотхойзена», які також подано до друку у «Науковий вісник Ужгородського університету». В цих статтях продовжено розвиток релятивістської квантової механіки та теорії поля у канонічному представленні ФВ.

Література

1. Foldy L. Wouthuysen S. On the Dirac Theory of Spin ½ Particles and its Non-Relativistic Limit // Phys. Rev. – 1950. – Vol. 78, №1. – P. 29–36.
2. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. Введение в теорию квантованных полей. – М.: Наука, 1984. – 600 с.
3. Ахиезер А.И., Берестецкий В.Б. Квантовая электродинамика. – М.: Наука, 1969. – 624 с.
4. Фущич В.И., Никитин А.Г. Симметрия уравнений квантовой механики. – М.: Наука, 1990. – 400 с.
5. Thaller B. The Dirac equation. – Berlin. Springer, 1992. – 357 p.
6. Швебер С. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. – М.: Изд. Иностр. Лит. – 1963. – 843 с.
7. Бьёркен Дж., Дрел С. Релятивистская квантовая теория, Т.1. – М.: Наука. – 1978. – 296 с.
8. Незнамов В.П. К теории взаимодействующих полей в представлении Фолди – Вотхойзена // ЭЧАЯ. – 2006. – Т.37, Вып.1. – С. 153–182.

9. Дирак П. Принципы квантовой механики. – М.: Наука, 1979. – 480 с.
10. Давыдов А.С. Квантовая механика. – М.: Наука, 1973. – 703 с.
11. Вакарчук І.О. Квантова механіка. – Львів: Львівськ. нац. унів., 2004. – 783 с.

ON THE NECESSITY OF THE CANONICAL FOLDY – WOUTHUYSEN REPRESENTATION FOR THE SPINOR FIELD

I.Yu. Krivsky, V.M. Simulik

Institute of Electron Physics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Department of the Theory of Elementary Interactions, 88000, Uzhhorod, 21 Universitetska Str.
e-mail: sim@iep.uzhgorod.ua

The physical and mathematical argumentation about the non correction of the Dirac spinor field $\psi(x)$ interpretation as the wave function of the particle-antiparticle doublet of the spin $s=1/2$ is systemized. The necessity of the transition to the canonical Foldy – Wouthuysen representation for the spinor field is justified.