Uzhhorod University Scientific Herald. Series Physics. Issue 21. – 2007

ЧОТИРИ-ПОТЕНЦІАЛ ТА ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ ЗАРЯДУ, ЩО ДОВІЛЬНО РУХАЄТЬСЯ У ЦИЛІНДРИЧНІЙ КАМЕРІ ДРЕЙФУ

Г.М. Горбик, К. Ільєнко

Інститут радіофізики та електроніки ім. О.Я. Усикова НАН України,
вул. Акад. Проскури, 12, Харків, 61085
e-mail: gorbik@ire.kharkov.ua

Використовуючи техніку чотири-потенціалу в кулонівській калібровці методом функцій Гріна знайдено розв`язки для електромагнітного поля, яке збуджується довільною густиною заряду та струму у нескінченній циліндричній камері дрейфу з ідеально провідними стінками. Довільність густини струму та заряду обмежується лише рівнянням неперервності та припущенням їхньої відсутності безпосередньо на поверхні стінок камери дрейфу. Грунтуючись на граничних умовах для компонент електромагнітних полів на ідеально провідній поверхні, отримано граничні умови для компонент чотири-потенціалу у циліндричній системі координат. Знайдено функції Гріна рівняння д'Аламбера із граничними умовами Діріхле та Ноймана. Відзначено, що отримані розв`язки задовольняють умови калібрування, якщо збуджуючі густина заряду та струму задовольняють рівняння неперервності.

Вступ

Моделювання динаміки сильнострумових пучків заряджених частинок є важливою складовою фізики пучків та має суттєве значення для їхнього використання як робочого простору для генерації та підсилювання електромагнітних хвиль.

У фізичній електроніці при розрахунках впливу просторового заряду на динаміку електронних пучків та показники генерації у відповідних електронних пристроях зазвичай застосовується кулонівське калібрування [1, 2]. Це дає можливість відносно просто розраховувати потенціальну частину електричного поля пучка, яке є головним чинником динаміки нерелятивістських та слабкорелятивістських пучків. У релятивістському випадку стає суттєвим також і внесок вихорової частини електричного та магнітного полів пучка, вплив яких може істотно впливати на характеристики електровакуумних пристроїв.

Аналіз впливу просторового заряду та вивчення рівноважних конфігурацій нерелятивіських пучків заряджених частинок (із урахуванням впливу з боку наведених зарядів і струмів на стінках камери дрейфу) виконується в так званому електроквазістатичному наближенні (згідно з термінологією [3]). У випадку слабкорелятивістських та релятивістських пристроїв такий вплив виправдано розраховувати, грунтуючись на дарвінівському наближенні [3, 4], яке дає можливість розраховувати як власне квазістатичне електричне, так і квазістатичне магнітне поля пучка заряджених частинок. Тим не менше, у релятивістському та ультрарелятивістському випадках бажано мати не тільки квазістатичне [правильне до внеску в силу Лоренца членів порядку $O(\upsilon^2/c^2)$], але і повний розв`язок для збудженого електромагнітного поля. До того ж цікаво з'ясувати, як повний розв`язок рівнянь Максвелла редукується до розв`язків у різного ступеня квазістатичних наближеннях (електроквазістатика, магнітоквазістатика, дарвінівське наближення тощо).

Через наведені причини в даній роботі розраховується чотири-потенціал в кулонівському калібруванні та повне електромагнітне поле заряду, що довільно рухається у нескінченій циліндричній камері дрейфу з ідеально провідними стінками. Отримані рішення є узагальненням результатів роботи [2]. Вирази для чотири-потенціалу та відповідного електромагнітного поля з урахуванням знайдених функцій Гріна в принципі дозволяють описувати динаміку електронів у камерах дрейфу циліндричної конфігурації, беручи до уваги і вплив просторового заряду.

Постановка задачі

У кулонівському калібруванні рівняння Максвела для скалярного $\varphi(\mathbf{x},t)$ та компонент векторного $\mathbf{A}(\mathbf{x},t)$ потенціалів для заряду, що довільно рухається у циліндричній камері дрейфу, мають вигляд

$$\Delta\ \varphi = -4\pi\rho, \tag{1}$$

$$\left[\Delta - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]A_r - \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta} = -\frac{4\pi}{c}j_r + \frac{1}{c}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\partial r}, \tag{2}$$

$$\left[\Delta - \frac{1}{r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]A_\theta + \frac{2}{r^2}\frac{\partial A_r}{\partial\theta} = -\frac{4\pi}{c}j_\theta + \frac{1}{cr}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\partial\theta}, \tag{3}$$

$$\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]A_z = -\frac{4\pi}{c}j_z + \frac{1}{c}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\partial z}, \tag{4}$$

де Δ – оператор Лапласа у циліндричній системі координат r, θ, z; $\mathbf{j}(\mathbf{x},t)$ та $\rho(\mathbf{x},t)$ – об’ємні густина струму та заряду; t – час; c – швидкість світла у вакуумі. Однією з головних проблем розв’язання даної системи є пов’язаність рівнянь (2) та (3).

Граничні умови для φ, A_θ та A_z визначаються з відповідних умов для тангенціальних компонент електричного поля (при відсутності джерел на поверхні)

$$A_\theta\big|_{r=a} = A_z\big|_{r=a} = \varphi\big|_{r=a} = 0, \tag{5}$$

де a – радіус хвилевода. Використовуючи (5) у кулонівському калібруванні

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial A_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z} = 0, \tag{6}$$

отримуємо граничну умову для радіальної компоненти векторного потенціалу:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rA_r)\bigg|_{r=a} = 0. \tag{7}$$

Зазначимо, що умови (5) і (7) також можна вивести з рівнянь Максвела. Видно, що радіальна та азимутальна компоненти векторного потенціалу задовольняють різні граничні умови. Як наслідок, це не дозволяє застосовувати існуючу методику [5, стор. 20] пошуку розв'язків рівнянь (2) та (3).

Збуджуючі джерела у правих частинах рівнянь Максвела для потенціалів зі зрозумілих причин повинні задовольняти рівняння неперервності

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rj_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial j_\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial j_z}{\partial z} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0. \tag{8}$$

Зв’язані рівняння та функції Гріна

Для розв’язання системи рівнянь (2) і (3) введемо нові невідомі функції $Y_r = rA_r$ та $Y_\theta = rA_\theta$ з такими граничними умовами (див. (5) і (7)):

$$\frac{\partial Y_r}{\partial r}\bigg|_{r=a} = 0, \quad Y_\theta\big|_{r=a} = 0. \tag{9}$$

Помноживши зв’язані рівняння на r, їх можна переписати у вигляді

$$\begin{aligned}&\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right]Y_r - \frac{2}{r^2}\frac{\partial Y_\theta}{\partial\theta} = -\frac{4\pi}{c}rj_r + \frac{r}{c}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\partial r};\\ &\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right]Y_\theta + \frac{2}{r^2}\frac{\partial Y_r}{\partial\theta} = -\frac{4\pi}{c}rj_\theta + \frac{1}{c}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\partial\theta}.\end{aligned} \tag{10}$$

Подіємо на перше та друге рівняння системи (10) операторами відповідно $\partial/(r\partial r)$ та $\partial/(r^2\partial\theta)$ та, додаючи отримані таким чином рівняння, маємо:

$$\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\mathrm{div}_\perp \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c}\mathrm{div}_\perp \mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\Delta_\perp \varphi), \quad (11)$$

Виконавши наведену вище операцію диференціювання у зворотному порядку та віднімаючи від першого рівняння друге, отримуємо:

$$\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]\mathrm{rot}_z \mathbf{A} = -\frac{4\pi}{c}\mathrm{rot}_z \mathbf{j}. \quad (12)$$

У виразах (11) та (12) було використано такі позначення:

$$\begin{aligned} &\mathrm{div}_\perp \mathbf{A} = \frac{1}{r}\frac{\partial Y_r}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial Y_\theta}{\partial \theta}; \\ &\mathrm{rot}_z \mathbf{A} \equiv B_z = \frac{1}{r}\frac{\partial Y_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r^2}\frac{\partial Y_r}{\partial \theta}; \\ &\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

Граничні умови на співвідношення $\mathrm{div}_\perp \mathbf{A}$ та $\mathrm{rot}_z \mathbf{A}$ визначаються через (6) та граничну умову для поздовжньої компоненти магнітного поля:

$$\begin{aligned} &\mathrm{div}_\perp \mathbf{A}\big|_{r=a} = 0, \\ &\frac{\partial}{\partial r}(\mathrm{rot}_z \mathbf{A})\bigg|_{r=a} \equiv \frac{\partial B_z}{\partial r}\bigg|_{r=a} = 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Таким чином, при наявності функцій Гріна рівняння д'Аламбера у циліндричній системі координат із граничними умовами Діріхле та Ноймана, величини $\mathrm{div}_\perp \mathbf{A}$ та $\mathrm{rot}_z \mathbf{A}$ можна вважати відомими функціями.

Грунтуючись на отриманих співвідношеннях, систему (10) можна переписати у вигляді:

$$\begin{aligned} &\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]Y_r = -\frac{4\pi}{c} r j_r + \frac{r}{c}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial r} + 2\,\mathrm{div}_\perp \mathbf{A}; \\ &\left[\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]Y_\theta = -\frac{4\pi}{c} r j_\theta + \frac{1}{c}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t \partial \theta} + 2\,\mathrm{rot}_z \mathbf{A}, \end{aligned} \quad (15)$$

що також дає можливість вважати функції Y_r, Y_θ відомими величинами.

Повний розв'язок системи рівнянь (1) – (4) можна представити у такому вигляді:

$$\begin{aligned} &\varphi(\mathbf{x},t) = \int\limits_{V'} G_D(\mathbf{x};\mathbf{x}')\rho(\mathbf{x}',t)dV'; \\ &A_r(\mathbf{x},t) = \frac{1}{r}\iint\limits_{V't'} G^N(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\left[r' j_r(\mathbf{x}',t') - \frac{r'}{4\pi}\frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{x}',t')}{\partial t' \partial r'} - \frac{c}{2\pi}\mathrm{div}'_\perp \mathbf{A}(\mathbf{x}',t') \right] dV'dt'; \\ &A_\theta(\mathbf{x},t) = \frac{1}{r}\iint\limits_{V't'} G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\left[r' j_\theta(\mathbf{x}',t') - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{x}',t')}{\partial t' \partial \theta'} - \frac{c}{2\pi}\mathrm{rot}'_z \mathbf{A}(\mathbf{x}',t') \right] dV'dt'; \\ &A_z(\mathbf{x},t) = \iint\limits_{V't'} G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\left[j_z(\mathbf{x}',t') - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{x}',t')}{\partial t' \partial z'} \right] dV'dt', \end{aligned} \quad (16)$$

де (порівняйте з (13))

$$\begin{aligned} &\mathrm{div}_\perp \mathbf{A}(\mathbf{x},t) = \iint\limits_{V't'} G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\left[\mathrm{div}'_\perp \mathbf{j}(\mathbf{x}',t') - \frac{1}{4\pi}\frac{\partial}{\partial t}\Delta'_\perp \varphi(\mathbf{x}',t') \right] dV'dt'; \\ &\mathrm{rot}_z \mathbf{A}(\mathbf{x},t) = \iint\limits_{V't'} G^N(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\left[\mathrm{rot}'_z \mathbf{j}(\mathbf{x}',t') \right] dV'dt', \end{aligned} \quad (17)$$

а штрихи у операторів означають диференціювання по відношенню до штрихованих змінних. У виписаних вище рішеннях $G_D(\mathbf{x};\mathbf{x}')$ – отримана в роботі [4] функція Гріна рівняння Пуассона з граничною умовою Діріхле; $G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')$ та $G^N(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')$ – відповідні функції Гріна рівняння д'Аламбера, які у безрозмірних координатах $\iota = r/a$, $\zeta = z/a$, $\tau = ct/a$ задовольняють рівняння

$$\left[\frac{1}{\iota}\frac{\partial}{\partial\iota}\left(\iota\frac{\partial}{\partial\iota}\right)+\frac{1}{\iota^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2}{\partial\zeta^2}-\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\right]G^{D,N} = -\frac{4\pi}{\iota a^2}\delta(\iota-\iota')\delta(\theta-\theta')\delta(\zeta-\zeta')\delta(\tau-\tau'), \quad (18)$$

та обчислюються за методом, наведеним у [6]:

$$\begin{aligned}
G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t') &= \frac{2}{a^2}\left\{\frac{1}{2}\sum_{q=1}^{+\infty}\frac{J_0(\nu_{0q}r/a)J_0(\nu_{0q}r'/a)}{J_1^2(\nu_{0q})}J_0\left(\nu_{0q}\sqrt{c^2(t-t')^2-(z-z')^2}/a\right)+\right.\\
&\left.+\sum_{\substack{q=1\\n=1}}^{+\infty}\frac{J_n(\nu_{nq}r/a)J_n(\nu_{nq}r'/a)}{J_{n+1}^2(\nu_{nq})}\cos[n(\theta-\theta')]J_0\left(\nu_{nq}\sqrt{c^2(t-t')^2-(z-z')^2}/a\right)\right\}\times\\
&\times\theta[(c(t-t')-|z-z'|)/a];\\
G^N(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t') &= \frac{2}{a^2}\left\{\frac{1}{2}\sum_{q=1}^{+\infty}\frac{J_0(\nu'_{0q}r/a)J_0(\nu'_{0q}r'/a)}{J_0^2(\nu'_{0q})}J_0\left(\nu'_{0q}\sqrt{c^2(t-t')^2-(z-z')^2}/a\right)\right.\\
&\left.+\sum_{\substack{q=1\\n=1}}^{+\infty}\frac{\nu'^2_{nq}}{\nu'^2_{nq}-n^2}\frac{J_n(\nu'_{nq}r/a)J_n(\nu'_{nq}r'/a)}{J_n^2(\nu'_{nq})}\cos[n(\theta-\theta')]J_0\left(\nu'_{nq}\sqrt{c^2(t-t')^2-(z-z')^2}/a\right)\right\}\times\\
&\times\theta[(c(t-t')-|z-z'|)/a],
\end{aligned} \quad (19)$$

де $J_n(x)$ – функція Беселя; ν_{nq} та ν'_{nq} – корені рівнянь $J_n(x)=0$ та $\partial J_n(x)/\partial x = 0$ відповідно; $\theta[x]$ – тета-функція Хевісайда.

Електромагнітне поле

Електромагнітне поле визначається через потенціали співвідношеннями

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}; \ \mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}. \quad (20)$$

Для більшої зручності представимо електричне поле у вигляді

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^C + \mathbf{E}^F, \quad (21)$$

де $\mathbf{E}^C = -\nabla\varphi$ та $\mathbf{E}^F = -\partial\mathbf{A}/(c\partial t)$ – так звані «кулонівська» (потенціальна) та «фарадеївська» (вихорова) складові електричного поля.

Компоненти складової $\mathbf{E}^C$ дорівнюють

$$\begin{aligned}
E_r^C(\mathbf{x},t) &= -\frac{1}{r}\int_{V'}G_N(\mathbf{x};\mathbf{x}')\left[\frac{1}{r'}\frac{\partial(r'^2\rho(\mathbf{x}',t))}{\partial r'}+\frac{1}{2\pi}\int_{V''}G_D(\mathbf{x}';\mathbf{x}'')\frac{\partial^2\rho(\mathbf{x}'',t)}{\partial z''^2}dV''\right]dV';\\
E_\theta^C(\mathbf{x},t) &= -\frac{1}{r}\int_{V'}G_D(\mathbf{x};\mathbf{x}')\frac{\partial\rho(\mathbf{x}',t)}{\partial\theta'}dV'; \qquad E_z^C(\mathbf{x},t) = -\int_{V'}G_D(\mathbf{x};\mathbf{x}')\frac{\partial\rho(\mathbf{x}',t)}{\partial z'}dV',
\end{aligned} \quad (22)$$

де $G_N(\mathbf{x};\mathbf{x}')$ – отримана в роботі [4] функція Гріна рівняння Пуассона з граничною умовою Ноймана. У свою чергу, електричне поле $\mathbf{E}^F$ має вигляд

$$
\begin{aligned}
E_r^F(\mathbf{x},t) = &-\frac{1}{rc}\iint\limits_{V't'} G^N(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\Bigg[r'\frac{\partial j_r(\mathbf{x}',t')}{\partial t'} - \frac{1}{4\pi}\int\limits_{V'} G_N(\mathbf{x}';\mathbf{x}'')\Bigg(\frac{1}{r''}\frac{\partial^3 (r''^2 \rho(\mathbf{x}'',t'))}{\partial t'^2 \partial r''} + \\
&+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{V'''} G_D(\mathbf{x}'';\mathbf{x}''')\frac{\partial^4 \rho(\mathbf{x}''',t')}{\partial t'^2 \partial z'''^2} d^3V'''\Bigg) dV'' + \frac{1}{2\pi}\iint\limits_{V''t''} G^D(\mathbf{x}',t';\mathbf{x}'',t'')\Bigg(\frac{\partial^2 j_z(\mathbf{x}'',t'')}{\partial t'' \partial z''} - \\
&+\frac{1}{4\pi}\int\limits_{V'''} G_D(\mathbf{x}'';\mathbf{x}''')\frac{\partial^4 \rho(\mathbf{x}''',t'')}{\partial t''^2 \partial z'''^2} dV'''\Bigg) dV''dt''\Bigg] dV'dt'; \\
E_\theta^F(\mathbf{x},t) = &-\frac{1}{rc}\iint\limits_{V't'} G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\Bigg[r'\frac{\partial j_\theta(\mathbf{x}',t')}{\partial t'} - \frac{1}{4\pi}\int\limits_{V''} G_D(\mathbf{x}';\mathbf{x}'')\frac{\partial^3 \rho(\mathbf{x}'',t')}{\partial t'^2 \partial \theta''} dV'' + \\
&-\frac{c}{2\pi}\iint\limits_{V''t''} G^N(\mathbf{x}',t';\mathbf{x}'',t'')\,\mathrm{rot}''_z \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{x}'',t'')}{\partial t''} dV''dt''\Bigg] dV'dt'; \\
E_z^F(\mathbf{x},t) = &-\frac{1}{c}\iint\limits_{V't'} G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\Bigg[\frac{\partial j_z(\mathbf{x}',t')}{\partial t'} - \frac{1}{4\pi}\int\limits_{V''} G_D(\mathbf{x}';\mathbf{x}'')\frac{\partial^3 \rho(\mathbf{x}'',t')}{\partial t'^2 \partial z''} dV''\Bigg] dV'dt'.
\end{aligned}
\tag{23}
$$

Магнітне поле задається виразами

$$
\begin{aligned}
B_r(\mathbf{x},t) = &\frac{1}{r}\iint\limits_{V't'} G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\Bigg[r'\,\mathrm{rot}'_r\,\mathbf{j}(\mathbf{x}',t') + \\
&+\frac{c}{2\pi}\iint\limits_{V''t''} G^N(\mathbf{x}',t';\mathbf{x}'',t'')\,\mathrm{rot}''_z \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{x}'',t'')}{\partial z''} dV''dt''\Bigg] dV'dt'; \\
B_\theta(\mathbf{x},t) = &\frac{1}{r}\iint\limits_{V't'} G^D(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\Bigg[r'\,\mathrm{rot}'_\theta\,\mathbf{j}(\mathbf{x}',t') - 2j_z(\mathbf{x}',t') - \\
&+\frac{1}{2\pi}\int\limits_{V''} G_D(\mathbf{x}';\mathbf{x}'')\frac{\partial^2 \rho(\mathbf{x}'',t')}{\partial t' \partial z''} dV'' + \frac{1}{2\pi c}\iint\limits_{V''t''} G^D(\mathbf{x}',t';\mathbf{x}'',t'')\Bigg(\frac{\partial^2 j_z(\mathbf{x}'',t'')}{\partial t''^2} - \\
&+\frac{1}{4\pi}\int\limits_{V'''} G_D(\mathbf{x}'';\mathbf{x}''')\frac{\partial^4 \rho(\mathbf{x}''',t'')}{\partial t''^3 \partial z'''} dV'''\Bigg) dV''dt''\Bigg] dV'dt'; \\
B_z(\mathbf{x},t) = &\iint\limits_{V''t''} G^N(\mathbf{x},t;\mathbf{x}',t')\,\mathrm{rot}'_z\,\mathbf{j}(\mathbf{x}',t) dV'dt'.
\end{aligned}
\tag{24}
$$

Висновки

Таким чином, вирази (22) – (24) визначають повне електромагнітне поле довільного джерела у циліндричній камері дрейфу з ідеально провідними стінками. Наведені розв`язки не містять похідних від функцій Гріна, які повинні бути на підставі визначень (20). Ґрунтуючись на загальному факті погіршення збіжності рядів через їх диференціювання, ми вирішили за доцільне перенести похідні з функцій Гріна на джерела. Це можна реалізувати на підставі правил комутації між оператором д'Аламбера та його складовими, але через громіздкість викладок ми не виводимо їх у даній роботі. З цих же причин не наводиться доказ того, що отримані розв'язки для потенціалів тотожно задовольняють умови кулонівської калібровки. Наявність цієї тотожності виходить, наприклад, із того факту, що чотири-потенціал задовольняє п'ять диференціальних співвідношень: рівняння (1) – (4) та умову кулонівського калібрування (6). Суть доказу полягає у підстановці рішень (16) і (17) до лівої частини (6) та зведення джерел у підінтегральних виразах до виду рівняння неперервності (8), яке виконується тотожно.

Література

1. А.А.Кураев, Сверхвысокочастотные приборы с периодическими электронными потоками (Наука и техника, Минск, 1971).
2. Г.М.Горбик, К.В.Ильенко, Радиофизика и электроника 9, 556 (2004).
3. J.Larsson, Am. J. Phys. 75, 230 (2007).
4. Г.М.Горбик, К.В.Ильенко, Радиофизика и электроника 12, (2007) [у друці].
5. Л.Левин, Теория волноводов: методы решения волноводных задач (Радио и связь, Москва, 1981).
6. G.M.Gorbik, K.V.Ilyenko, Proc.11th Int. Conf. on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (Kharkiv 2006), p. 437.

FOUR-VECTOR POTENTIAL AND ELECTROMAGNETIC FIELD OF CHARGE MOVING ARBITRARILY IN A CYLINDRICAL DRIFT TUBE

G.M. Gorbik, K. Ilyenko

Institute for Radiophysics and Electronics, Ukr. Nat. Acad. Sci.,
Akad. Proskura St. 12, Kharkiv, 61085
e-mail: gorbik@ire.kharkov.ua

Using the method of Green functions we found the four-vector potential and electromagnetic field of a charge moving along an arbitrary path in a perfectly conducting cylindrical waveguide. It is implied that the exciting source satisfies the continuity equation and does not touch the drift waveguide walls. Boundary conditions for four-vector potential in cylindrical coordinates are obtained via analysis of those for corresponding fields on the perfectly conducting surface. Solutions are expressed analytically through the Green functions of d'Allembert operator with the Dirichle and Neumann boundary conditions. It is demonstrated that the obtained solutions satisfy the Coulomb gauge condition provided the exciting source satisfy the continuity equation.