

# РОЗРАХУНОК ГАЗОПИЛОВИХ ОПТИМІЗОВАНИХ ФОТОІОНІЗАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ СВІТІННЯ ПЛАНЕТАРНИХ ТУМАННОСТЕЙ

**Б.Я.Мелех, Н.В.Гаврилова**

Кафедра астрофізики, Львівський національний університет ім.І.Франка,  
вул. Кирила і Мефодія, 8, Львів, 79005  
e-mail: melekh@physics.wups.lviv.ua, natalya@astro.franco.lviv.ua

Розраховано ряд газопилових оптимізованих фотоіонізаційних моделей світіння планетарних туманностей з різним вмістом пилу. Алгоритм розрахунку оптимізованих моделей ґрунтується на зміні вільних параметрів методом  $\chi^2$ -мінімізації з метою відтворення спостережуваних спектрів цих об'єктів. На основі отриманих результатів проаналізовано вплив наявності пилу на визначення хімічного складу та інших фізичних параметрів планетарних туманностей та виявлено відсутність такого впливу на визначення вмісту більшості хімічних елементів цих об'єктів.

## Вступ

Проблема визначення хімічного складу оболонок планетарних туманностей (ПТ) полягає в тому, що не всі емісійні лінії не всіх іонів хімічних елементів спостерігаються в спектрах цих об'єктів. Для врахування неспостережуваних стадій іонізації певних іонів використовують так звані іонізаційно-корекційні фактори (ICF), засновані на близькості потенціалів іонізації. Однак вони не враховують різниці в ефективних перерізах фотоіонізації та умов світіння різних іонів у різних зонах іонізації оптично товстих оболонок ПТ. Другим, більш точним методом визначення ICF є їх знаходження з розрахунків сітки фотоіонізаційних моделей світіння (ФМС) ПТ [1, 2, 3]. Але в обох випадках розрахований за ICF хімічний склад при розрахунках оберненої задачі посередньо відтворює спостережуваний спектр реальних ПТ.

Нами запропоновано новий метод для визначення хімічного складу та інших фізичних параметрів ПТ. Цей метод ґрунтується на розрахунку оптимізованих ФМС (ОФМС) ПТ. Вмісти кожного з обраних хімічних елементів, максимум густини водню в радіальному розподілі гус-

тини газу оболонки ПТ, фактор наповнення та кількість іонізуючих квантів визначаються шляхом мінімізації різниць між спостережуваними та розрахованими модельними спектрами. Даний метод є незалежним від ICF та орієнтований на відтворення спектру кожної конкретної ПТ.

## Методика розрахунку оптимізованих фотоіонізаційних моделей світіння планетарних туманностей

Метою розрахунку ОФМС ПТ є пошук оптимальних значень вільних параметрів, які вибираються з вхідних параметрів моделі. Критерієм відповідності між передбачуваним та спостережуваним спектром є  $\chi^2$ -функція, записана для кожної спостережуваної і відповідної модельної величини. Цей метод, започаткований Ван Гофом [4], пізніше був застосований до розрахунку ОФМС ПТ областей в блакитних компактних карликових галактиках [5]. Для оцінки величини  $\chi^2$ -функції в ОФМС ми використали середню величину, отриману з  $\chi^2$  для окремих параметрів  $i$  [6]:

$$\chi^2_i = [(Obs^i - Mod^i) / \sigma^i]^2, \quad (1)$$

де  $Obs^i$  та  $Mod^i$  – спостережувані та модельні величини,  $\sigma^i$  – абсолютна похибка спостережуваних величин.

Суть алгоритму оптимізації (або  $\chi^2$ -мінімізації) полягає в зміні вільних параметрів моделі таким чином, щоб  $\chi^2$ -функція досягла найменшого значення. Для наших розрахунків ми використали код Cloudy 96  $\beta 5$  [7] і код Phymir [6], який входить в код Cloudy як функція.

ОФМС ПТ бралися сферично симетричними. Відзначимо, що при відомій не-сферичній геометрії об'єкту можна ввести фактор покриття CF іонізуючого джерела ( $CF = \Omega/4\pi$ , де  $\Omega$  – тілесний кут, в якому видно оболонку з центру туманності). Для задання розподілу густини газу в оболонках ПТ ми використали емпіричне співвідношення, знайдене з аналізу карт ізотот реальних ПТ [8]:

$$n(r) = \frac{x^2(1 + 3e^{-1.2x})}{(x^2 - 1)^2 + 0.36r_c^{-0.43}x^2r_c^2} \frac{A}{r_c^2}, \quad (2)$$

де  $x=r/r_c$  та  $r_c=v_{exp} \times t$ . Тут  $r$  – відстань від центральної зірки до певної точки туманності,  $n(r)$  – густина газу в цій точці,  $v_{exp}$  – середня швидкість розширення оболонки (біля 15 км/с), а  $t$  – вік оболонки. Величини  $r$  та  $r_c$  у цій формулі виражено в парсеках. Параметр  $r_c$  характеризує вік оболонки, а параметр  $A$  – витікання зоряної речовини в процесі відриву небулярної оболонки [9].

Вільними параметрами в ОФМС ПТ в загальному випадку було взято:

- 1) повну кількість іонізуючих квантів  $Q_{tot}$ ;
- 2) максимум густини водню в розподілі густини небулярного газу  $n_H$  (рівняння (2));
- 3) фактор наповнення FF небулярного газу [10];
- 4–11) хімічні вмісти [He]/[H], [C]/[H], [N]/[H], [O]/[H], [Ne]/[H], [S]/[H], [Ar]/[H], [Si]/[H].

Слід відзначити, що розподіл густини в оболонці ПТ  $n_H$  змінювався при кожній ітерації, а сталими лишалися внутрішній та зовнішній радіуси оболонки і поло-

ження максимуму густини ( $r_c$ , див. рівняння (2)).

Параметрами для розрахунку  $\chi^2$ -функції в загальному випадку були світність в  $H_\beta$  лінії та відносні інтенсивності 14 спектральних ліній, тобто 15 параметрів.

Для визначення похибок величин вільних параметрів, отриманих у результаті розрахунку ОФМС, необхідно задати значення  $\Delta\chi^2$ , яке вибирається за кількістю ступенів вільності задачі [11]. Попередньо нами було показано, що ступінь вільності такої задачі рівний 1 (12 незалежних параметрів для розрахунку  $\chi^2$ -функції мінус 11 вільних). Таким чином, похибки значень вільних параметрів, отриманих в результаті розрахунку ОФМС ПТ, знаходилися за максимальним відхиленням кожного вільного параметра від кінцевого значення з аналізу моделей з величинами  $\chi^2 \leq \chi^2 + 1$ . Відзначимо, що попередні результати розрахунків ОФМС вказують також на велику ймовірність існування єдиного розв'язку даної задачі [12].

### Результати розрахунків для об'єкту NGC 6720: газова та газовопилові оптимізовані моделі

Для подальших розрахунків ми обрали ПТ NGC 6720, відому як туманність "Кільце". Форма небулярної оболонки даного об'єкту близька до сферичної, отже розраховувалися сферично симетричні ОФМС. Для побудови оптимізованих моделей NGC 6720 ми використали той самий спостережуваний спектр, що і при попередньому знаходженні хімічного вмісту з використанням ICF [3]. За похибки бралися похибки для кожної з відносних інтенсивностей спостережуваних ліній – від 3% для сильних ліній, 10% для всіх гелієвих ліній, до 15% для слабких спектральних ліній. Похибка на логарифм  $L(H_\beta)$  бралася 0,05.

Спочатку ми розраховували ОФМС ПТ NGC 6720 без присутності пилу. Вільні параметри ініціалізувалися відповідними даними для цього об'єкту з роботи [13]

(фізичні характеристики) та [14] (вмісти хімічних елементів). В колонці "Без пилу" табл. 1 наведено результати оптимізації да-

ної моделі та величину  $\chi^2$ -мінімуму. Дані та похибки спостережень наводяться відповідно в колонках "Спостереження" і " $\Delta$ ".

Таблиця 1.

Порівняння спостережуваних та модельних значень відносних інтенсивностей різноманітних ліній та світності  $L(H\beta)$  у спектрі туманності NGC 6720. Всі відносні інтенсивності дано відносно  $I(H\beta)$ .

Лінії	Спостереження	$\Delta$	Без пилу	Пиловий фактор		
				-4	-3	-2
3727 [O II]	537.00	26.90	543.53	542.77	541.45	543.61
3869 [NeIII]	138.00	20.70	139.34	139.07	140.45	137.29
4363 [O III]	11.40	1.71	13.24	12.56	13.06	12.59
4471 He I	4.31	0.43	4.00	4.02	4.00	3.99
4686 He II	30.30	3.03	34.33	34.10	34.25	34.10
5007 [O III]	1161.0	34.80	1148.26	1151.56	1149.24	1151.75
5876 He I	11.10	1.11	12.36	12.41	12.39	12.39
6678 He I	3.70	0.37	3.16	3.17	3.15	3.16
6584 [N II]	383.00	19.20	383.76	383.21	382.09	383.94
6716 [S II]	20.40	3.06	14.48	14.24	14.40	14.32
6731 [S II]	20.30	3.04	23.74	23.84	23.82	23.94
7135 [ArIII]	23.90	3.58	23.82	23.73	23.89	23.63
1891 [SiIII]	1.70	0.25	1.69	1.68	1.68	1.67
1549 [C IV]	54.00	8.10	53.99	54.51	54.61	54.93
$\lg(L H\beta)$	33.43	0.05	33.43	33.43	33.43	33.43
Ітерації	–	–	1718	508	508	508
$\chi^2$	–	–	0.863	0.815	0.859	0.830
Лінії	Пиловий фактор					
	-1	-0.5	-0.3	0	5	10
3727 [O II]	541.73	548.36	544.23	541.98	503.01	489.42
3869 [NeIII]	139.87	155.28	138.04	140.15	124.82	129.38
4363 [O III]	13.08	13.63	12.96	13.34	13.50	14.83
4471 He I	3.99	4.09	3.96	3.91	4.38	4.92
4686 He II	34.29	34.57	34.02	33.92	33.05	34.40
5007 [O III]	1146.03	1171.99	1148.93	1152.56	1147.24	1160.73
5876 He I	12.44	12.86	12.48	12.49	15.08	17.81
6678 He I	3.16	3.27	3.19	3.20	3.92	4.67
6584 [N II]	382.44	364.10	383.09	380.24	355.58	429.56
6716 [S II]	14.48	14.77	14.36	14.34	12.96	15.41
6731 [S II]	23.87	24.42	23.80	23.69	23.12	28.05
7135 [ArIII]	23.86	23.08	23.81	23.65	24.06	24.81
1891 [SiIII]	1.68	1.51	1.68	1.70	1.61	1.76
1549 [C IV]	54.65	47.87	54.58	55.02	44.47	71.92
$\lg(L H\beta)$	33.43	33.43	33.43	33.43	33.43	33.42
Ітерації	508	508	508	508	508	552
$\chi^2$	0.867	1.16	0.846	0.884	2.01	5.60

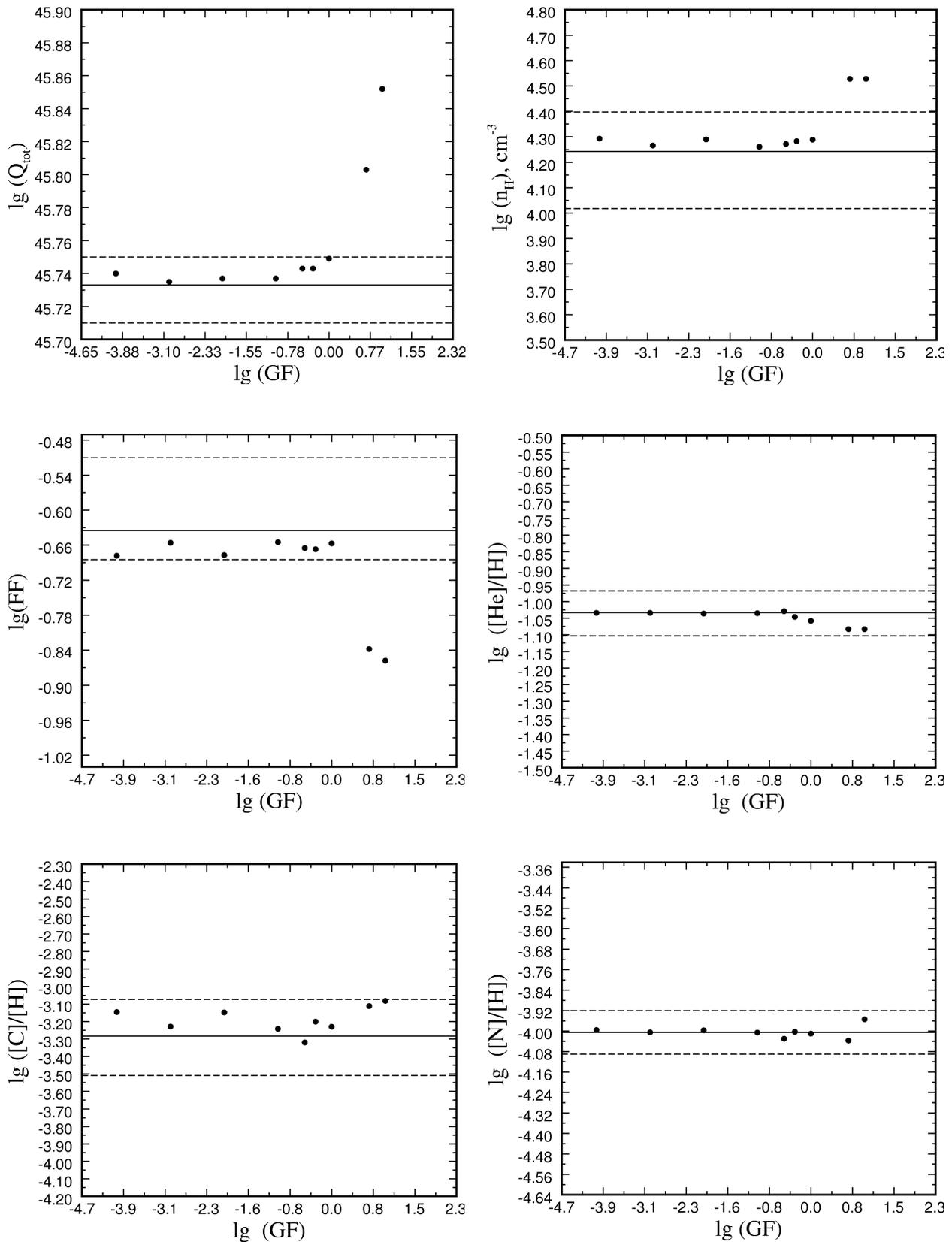


Рис. 1. Залежність оптимальних значень вільних параметрів ( $Q_{tot}$ ,  $n_H$ , фактора наповнення FF, вмістів  $[He]/[H]$ ,  $[C]/[H]$ ,  $[N]/[H]$ ) ОФМС ПТ від вмісту пилу. Пиловий фактор GF є множником на вміст пилу в міжзоряному середовищі. Оптимальні значення вільних параметрів, отримані в ОФМС без пилу, позначено суцільною лінією. Штрихові лінії відповідають межах, визначеним похибками оптимальних параметрів.

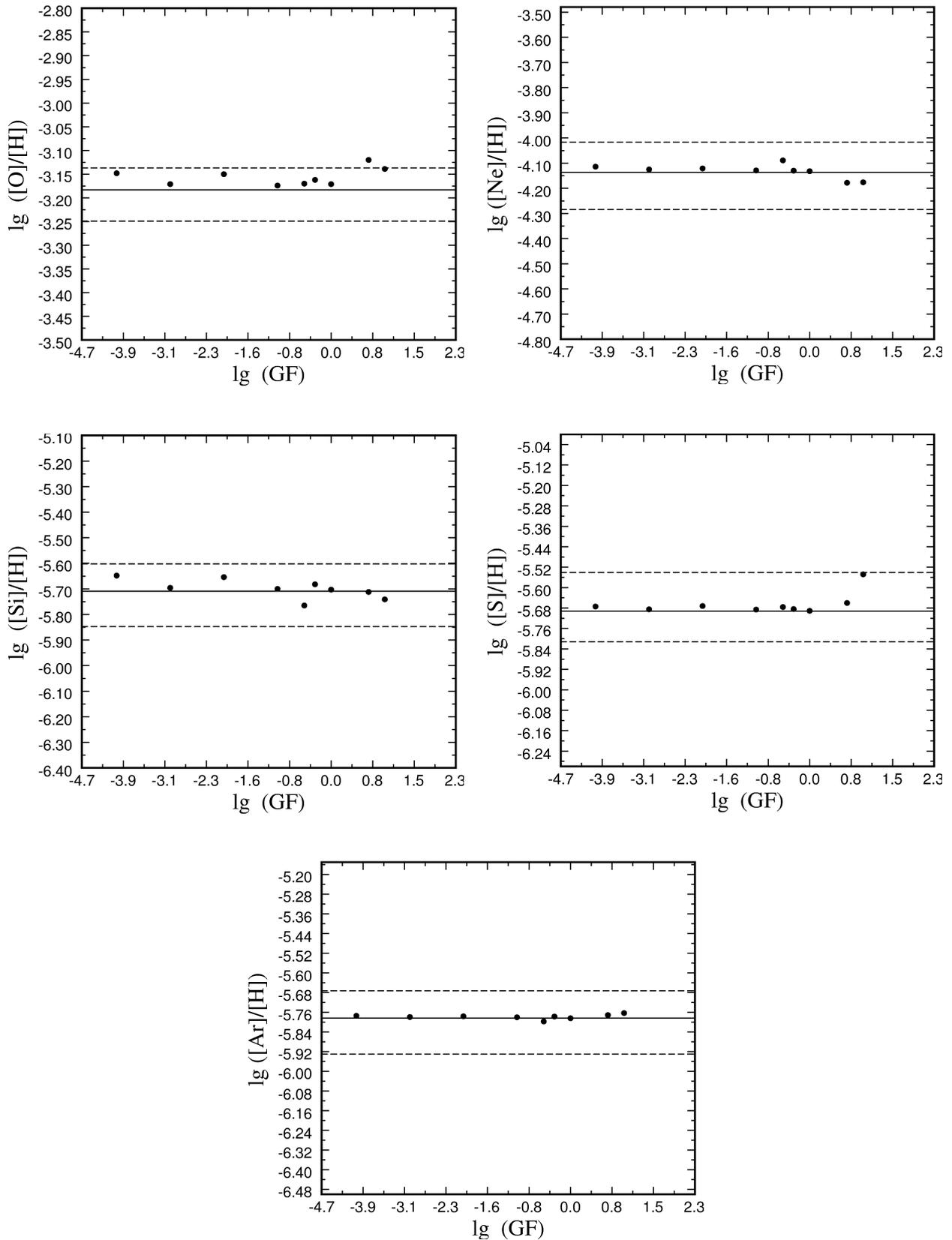


Рис. 2. Залежність оптимальних значень вільних параметрів (вмістів  $[O]/[H]$ ,  $[Ne]/[H]$ ,  $[Si]/[H]$ ,  $[S]/[H]$ ,  $[Ar]/[H]$ ) ОФМС ПТ від вмісту пилу. Пиловий фактор GF є множником на вміст пилу в міжзоряному середовищі. Оптимальні значення вільних параметрів, отримані в ОФМС без пилу, позначено суцільною лінією. Штрихові лінії відповідають межам, визначеним похибками оптимальних параметрів.

Для дослідження впливу наявності пилу на результат розрахунку ОФМС ПТ нашим методом було розраховано ряд ОФМС туманності NGC 6720 з різним вмістом пилу. За основу було прийнято вміст пилу в міжзоряному середовищі ISM (InterStellar Medium), детально описаний Г.Ферландом [15]. Зокрема, у вмісті пилу ISM прийнято, що в пиловому стані знаходиться наступний вміст відповідних елементів:  $[C]/[H] = 2.78 \times 10^{-4}$ ,  $[O]/[H] = 1.31 \times 10^{-4}$ ,  $[Mg]/[H] = [Si]/[H] = [Fe]/[H] = 3.28 \times 10^{-5}$ . Різниця у вмістах пилу в різних ОФМС досягалася шляхом множення ISM вмісту пилу на величину пилового фактора GF. Результати, отримані даним методом для різних величин пилового фактора, наводяться у відповідних колонках табл. 1.

На рис. 1, 2 показано залежності отриманих нашим методом величин оптимальних параметрів для NGC 6720 від величини пилового фактора GF. Три горизонтальні прямі відповідають оптимальній величині (суцільна лінія) відповідного вільного параметра з моделі без пилу та, згідно з похибками, його мінімальному (нижня штрихова лінія) і максимальному (верхня штрихова лінія) значенню. Оптимальні значення вмістів хімічних елементів наведено в газовій фазі.

### Висновки

На основі отриманих результатів проаналізовано вплив наявності пилу на визначення хімічного складу та інших фізичних параметрів ПТ NGC 6720. Як видно з рис. 1 та рис. 2, на визначення оптимальних значень більшості вільних па-

раметрів ОФМС ПТ наявність пилу впливає мало, а для значень пилового фактора  $GF \leq 1$  жоден з вільних параметрів не є суттєво чутливим до пилу. Для значень пилового фактора  $GF > 1$  чутливими до наявності пилу стають  $Q_{tot}$ ,  $n_H$ , фактор наповнення FF та вміст кисню. Вміст інших елементів (у газовій фазі) практично не залежить від вмісту пилу у прийнятих межах. В ОФМС з пилом зростає оптична товщина для іонізуючого випромінювання, а отже для забезпечення спостережуваних потоків в лініях емісійного спектру необхідно збільшити кількість іонізуючих квантів, що і видно з результатів відповідних ОФМС. В ОФМС з пилом згустки (клуби) газу стають більш густими і компактними, що видно з результатів ОФМС для максимальної густини водню і фактору наповнення. Вплив на вміст кисню з боку пилу слабкий і носить флуктуативний характер. Однак, підкреслимо ще раз, що всі ці взаємозв'язки згаданих параметрів з наявністю пилу проявляються згідно з результатами ОФМС при значеннях пилового фактора  $GF > 1$  по відношенню до прийнятого вмісту пилу в міжзоряному середовищі. Важливо підкреслити також те, що наявність пилу не впливає на визначення інших хімічних елементів в газовій фазі. Це значно спрощує розрахунок ОФМС ПТ з метою визначення хімічного вмісту, оскільки наявність пилу у декілька разів збільшує машинний розрахунковий час.

Отримані результати можуть також бути рекомендовані для з'ясування питання про те, при яких вмістах пилу його слід враховувати, а при яких ним можна знехтувати під час розрахунку ОФМС ПТ.

### Література

1. R.L.Kinsburg, M.J.Barlow, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 271, 257 (1994).
2. G.Stasinska, M.G.Richer, M.L. Mc Call, Astron. and Astrophys. 336, 667 (1998).
3. В.В.Головатый, Н.В.Гаврилова, Астрономический журн. 82, 437 (2005).
4. P.A.M. van Hoof, Photo-Ionization Studies of Nebulae. (Ph.D. thesis, Rijksuniversiteit Groningen, 1997).

5. Б.Я.Мелех, Вісник астрон. школи молодих вчених 2, 55 (2001).
6. P.A.M. van Hoof, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 308, 623 (1999).
7. <http://www.nublado.org>
8. В.В.Головатый, В.И.Дмитерко, Ю.Ф.Мальков, О.В.Рокач, Астрономический журн. 70, 691 (1993).
9. В.В.Головатый, Ю.Ф.Мальков, Астрономический журн. 69, 1166 (1992).
10. D.E.Osterbrock, E.Flather, Astrophys. Journal 129, 26 (1959).
11. W.H.Press, S.A.Teukolsky, W.T.Vetterling, B.P.Flannery, Numerical Recipes in C, The Art of Scientific Computing, 2nd Edit. (Cambridge University Press, 1992).
12. Б.Я.Мелех, Дослідження фізичних характеристик та хімічного вмісту областей НІІ в блакитних компактних карликових галактиках (дис. канд. фіз.-мат. наук, Львів, 2002).
13. Yu.F.Mal'kov, Astronomy Reports 41, 760 (1997).
14. V.V.Holovaty, N.V.Havrylova, Журн. фізичн. дослідж. 7, 461 (2003).
15. G.J.Ferland, Hazy, a Brief Introduction to Cloudy 96 (University of Kentucky, Physics Dept. Internal Report, 2002).

## CALCULATION OF GAS-DUST OPTIMIZED PHOTOIONIZATION MODELS OF PLANETARY NEBULAE

**B.Ya.Melekh, N.V.Havrylova**

Department of Astrophysics, Ivan Franko National University of Lviv,  
Kyryla & Mefodiya str. 8, Lviv, 79005  
e-mail: [melekh@physics.wups.lviv.ua](mailto:melekh@physics.wups.lviv.ua), [natalya@astro.franco.lviv.ua](mailto:natalya@astro.franco.lviv.ua)

Gas-dust optimized photoionization models of planetary nebulae with different content of dust are calculated. The algorithm of the optimized models calculation is based on finding the free parameters optimal values using  $\chi^2$ -minimization method for the reproduction the observed spectra of the object. The influence of dust presence on the determination of chemical composition and other physical parameters of planetary nebulae is analyzed using the obtained results. No evidence of such influence on the determination of content have been revealed for the majority of the chemical elements.