

Присвячую світлій пам'яті визначного вченого, академіка АН Вищої школи України, ректора Ужгородського національного університету, організатора освіти і науки на Закарпатті, патріота Срібної Землі, колеги по тривалій спільній праці в УжНУ, професора **Володимира Сливки** в річницю його трагічної смерті

ВРАХУВАННЯ РУХУ ОСТОВА ЯДРА В АДІАБАТИЧНІЙ ТРИЧАСТИНКОВІЙ МОДЕЛІ ЯДРА

І.В. Хіміч

Ужгородський національний університет, кафедра ядерної фізики
88000, м. Ужгород, вул. Капітульна, 9а, Україна
E-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

У рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра дається теоретичний опис руху остова парно-парного ядра, в зовнішній оболонці якого містяться два валентні нуклони. Опис проводиться в термінах координат Якобі.

Численні експериментальні результати, які одержані останнім часом в результаті дослідження різноманітних властивостей ядер і ядерних реакцій, вимагають подальшої розробки і застосування нових як безмодельних, так і модельних методів в теорії ядра, до яких слід віднести, зокрема, метод рівнянь Фаддєєва в координатному [1] та імпульсному [2] представленнях, метод розкладу по базису гіперсферичних функцій в координатному [3] та імпульсному [4] просторах, метод Хартрі-Фока-Боголюбова [5,6], трансляційно-інваріантну модель оболонок [7], надплинну модель ядра [8,9] та ряд інших.

З метою виходу за рамки одонуклонного наближення типу Хартрі-Фока і врахування радіальних і кутових кореляцій валентних нуклонів в серії праць [10-14] в потенціальному підході була сформульована адіабатична тричастинкова модель ядра, в якій парно-парне сферичне (або деформоване) ядро розглядається як система, що складається із відповідного остова і двох валентних нуклонів, причому припускається, що рух валентних нуклонів є швидким по кутовим змінним і повільним (адіабатичним) по гіперрадіусу R .

У працях [10-14] відділення руху центра інерції ядра від внутрішнього руху нуклонів здійснювалось у припущенні, що маса остова ядра є нескінченно великою, тобто остів ядра вважався нерухомим.

Представляє значний інтерес врахувати в адіабатичній тричастинковій моделі ядра той внесок в енергетичний спектр ядра, який обумовлений рухом остова, вважаючи тим самим масу остова скінченною величиною.

1. Для розв'язання цієї задачі введемо так звані відносні координати Якобі (\vec{x}_i, \vec{y}_i) та радіус-вектор центра мас \vec{R}_y системи з трьома частинками масами m_1, m_2, m_3 і відповідно їх радіус-векторами $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3$

$$\begin{aligned}\vec{x}_i &= \left(\frac{m_j m_k}{m_j + m_k} \right)^{1/2} \cdot (\vec{r}_j - \vec{r}_k), \\ \vec{y}_i &= \left(\frac{m_i (m_j + m_k)}{m_1 + m_2 + m_3} \right)^{1/2} \cdot \left(\frac{m_j \vec{r}_j + m_k \vec{r}_k}{m_j + m_k} - \vec{r}_i \right), \\ \vec{R}_y &= \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3}{(m_1 + m_2 + m_3)^{1/2}}.\end{aligned}\quad (1)$$

Індекси i, j, k дозволяють циклічну перестановку чисел (1,2,3) і, як це видно з

формули (1), існують три еквівалентні набори незалежних координат Якобі. Зауважимо, що за допомогою відповідних ортогональних перетворень можна перейти від одного набору координат Якобі до іншого. Зокрема, у нашому випадку перехід від набору (\bar{x}_i, \bar{y}_i) координат Якобі до (\bar{x}_k, \bar{y}_k) здійснюється за допомогою кінематичного повороту, що має вигляд

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= -\bar{x}_i \cos \varphi_{ki} - \bar{y}_i \sin \varphi_{ki}, \\ \bar{y}_k &= \bar{x}_i \sin \varphi_{ki} - \bar{y}_i \cos \varphi_{ki}, \end{aligned} \quad (2)$$

де

$$\varphi_{ki} = \arctg \left[(-1)^p \cdot \left(\frac{m_j(m_1 + m_2 + m_3)}{m_i m_k} \right)^{1/2} \right], \quad (3)$$

а p - парне або непарне число перестановок чисел (1,2,3), що задають послідовність (k, i, j) .

Рівняння Шредінгера для тричастинкової системи (парно-парний остів плюс два валентні нуклони) в координатах (1) після відокремлення стандартним чином руху центра мас має наступний вигляд

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} (\Delta_{\bar{x}_i} + \Delta_{\bar{y}_i}) + V_{jk}(\bar{x}_i) + V_{ki}(\bar{x}_i, \bar{y}_i) + V_{ij}(\bar{x}_i, \bar{y}_i) - E \right] \Psi(\bar{x}_i, \bar{y}_i) = 0, \quad (4)$$

де $\Delta_{\bar{x}_i}$ та $\Delta_{\bar{y}_i}$ - оператори Лапласа по змінним (1), V_{jk}, V_{ki}, V_{ij} - відповідні потенціали двочастинкових взаємодій, а μ - приведена маса, яка рівна

$$\mu = \left(\frac{m_i m_j m_k}{m_i + m_j + m_k} \right)^{1/2}.$$

У шестивимірному просторі векторів \bar{x}_i і \bar{y}_i поряд з чотирма сферичними кутами $\theta_{x_i}, \varphi_{x_i}, \theta_{y_i}, \varphi_{y_i}$, які задають напрям векторів \bar{x}_i та \bar{y}_i , зручно ввести глобальні змінні – гіперрадіус R , що має зміст довжини шестивимірного радіус-вектора \vec{R} , та гіперкут α згідно формул

$$\begin{aligned} \vec{R}^2 &= \bar{x}_1^2 + \bar{y}_1^2 = \bar{x}_2^2 + \bar{y}_2^2 = \bar{x}_3^2 + \bar{y}_3^2, \\ x_i &= R \cos \alpha_i, \\ y_i &= R \sin \alpha_i. \end{aligned} \quad (5)$$

Множину шести гіперсферичних координат будемо коротко позначати як (R, Ω_i) , де $\Omega_i \equiv (\alpha_i, \hat{x}_i, \hat{y}_i) \equiv (\alpha_i, \theta_{x_i}, \varphi_{x_i}, \theta_{y_i}, \varphi_{y_i})$.

Зручно, надалі, записати рівняння Шредінгера (4) в термінах гіперсферичних координат (R, Ω_i)

$$\hat{H}\Psi(R, \Omega_i) = E\Psi(R, \Omega_i), \quad (6)$$

де оператор гамільтона \hat{H} розглядуваної системи запишемо у вигляді

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{R^5} \frac{\partial}{\partial R} R^5 \frac{\partial}{\partial R} - \frac{\hat{K}^2(\Omega_i)}{R^2} \right) + V(R, \Omega_i). \quad (7)$$

У виразі (7) $\hat{K}^2(\Omega_i)$ - кутова частина оператора кінетичної енергії системи і має зміст квадрата оператора узагальненого кутового моменту системи

$$\begin{aligned} \hat{K}^2(\Omega_i) &= -\frac{1}{\sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i} \frac{\partial}{\partial \alpha_i} \sin^2 \alpha_i \cos^2 \alpha_i \frac{\partial}{\partial \alpha_i} + \\ &+ \frac{\vec{l}^2(\hat{x}_i)}{\sin^2 \alpha_i} + \frac{\vec{l}^2(\hat{y}_i)}{\cos^2 \alpha_i}, \end{aligned} \quad (8)$$

а $V(R, \Omega_i)$ - повна потенціальна енергія розглядуваної системи, яка рівна сумі відповідних потенціалів двочастинкових взаємодій

$$V(R, \Omega_i) = V_{jk} + V_{ki} + V_{ij}. \quad (9)$$

Явний вигляд двочастинкових взаємодій конкретизуємо нижче.

2. Розглянемо довільне парно-парне ядро ${}^A_Z X$, яке будемо моделювати сферично-симетричним парно-парним остовом плюс два валентні нуклони в зовнішній оболонці. У рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра середнє поле остова ядра моделюється статичним сферично-симетричним потенціалом Вудса-Саксона [15]

$$U_i(r_i) = -V_0 \cdot \left(1 \pm 0.63 \cdot \frac{N-Z}{A}\right) \cdot \left(1 + \exp\left(\frac{r_i - R_0}{a_0}\right)\right)^{-1},$$

$$i = 1, 2, \quad (10)$$

де знаки “±”: “+” – відповідає випадку валентного протона, “-” – валентного нейтрона; $R_0 = r_0 A^{1/3}$. У випадку, коли на зовнішній оболонці містяться два валентні протони, необхідно в правій частині виразу (10) врахувати [13] також потенціал кулонівської взаємодії $V_{кул}$ валентних протонів між собою та з кулонівським полем остова.

Для спрощення розрахунків залишкову сильну взаємодію валентних нуклонів між собою моделюємо потенціалом з нульовим радіусом дії із врахуванням відштовхування нуклонів на малих відстанях [13]

$$V_{зал}(\vec{r}_j, \vec{r}_k) = -V_{12} \left[1 - g \rho\left(\frac{\vec{r}_j + \vec{r}_k}{2}\right)\right] \cdot \delta(\vec{r}_j - \vec{r}_k). \quad (11)$$

Такий вибір залишкової взаємодії спрощує алгоритм розрахунку енергетичного спектру, бо дозволяє в явному аналітичному вигляді обчислити матричні елементи і в той же час, мабуть, не спотворює реальної ситуації, хоча в майбутньому можна буде розглянути і більш реалістичні моделі взаємодії.

Спін-орбітальна взаємодія i -ого валентного нуклона має стандартний вигляд

$$V_{l_i s_i}(r_i) = W_i(r_i) (\hat{l}_i \cdot \hat{s}_i), \quad W_i(r_i) = -\frac{\chi}{r_i} \frac{\partial U_i(r_i)}{\partial r_i}$$

$$i = 1, 2. \quad (12)$$

Слід зауважити, що потенціали (10)-(12) записані в одночастинкових змінних \vec{r}_i , а не в координатах Якобі (1), вибір яких, як зазначалося вище, можна отримати трьома різними способами. Зрозуміло, що при перестановці нуклонів в процесі антисиметризації хвильової функції системи один набір координат Якобі переходить в інший, еквівалентний для опису, проте не співпадаючий з початковим набором координат Якобі. У розрахунках зручно мати справу з одним фіксованим набором координат Якобі. У змінних Якобі (1) повна потенціальна енергія

$V(\vec{x}, \vec{y})$ розглядуваної системи в рамках адіабатичної тричастинкової моделі ядра має вигляд

$$V(\vec{x}, \vec{y}) = U_{23}(\vec{x}_1) + W_1(x_1) (\hat{l}_1 \cdot \hat{s}_1) + U_{13}(\vec{x}_2) +$$

$$+ W_2(x_2) (\hat{l}_2 \cdot \hat{s}_2) + U_{12}(\vec{x}_3) + V_{кул}, \quad (13)$$

де $U_{ij}(\vec{x}_k)$ – відповідні потенціали взаємодії (10).

Розв’язки рівняння (6) для стаціонарних станів розглядуваної системи (остів плюс два нуклони) в адіабатичній моделі ядра представляється [10] у вигляді суперпозиції базисних функцій $\Phi_\mu(R, \Omega)$

$$\Psi(R, \Omega) = R^{-5/2} \sum_\mu F_\mu(R) \Phi_\mu(R, \Omega). \quad (14)$$

3. Повну множину базисних функцій $\{\Phi_\mu(R, \Omega)\}$ можна отримати двома різними способами. В якості множини базисних функцій $\{\Phi_\mu(R, \Omega)\}$ найбільш доцільно взяти розв’язки спектральної задачі

$$\left(\frac{\hat{K}^2}{R^2} + V(R, \Omega)\right) \Phi_\mu(R, \Omega) = U_\mu(R) \Phi_\mu(R, \Omega). \quad (15)$$

Власні значення $U_\mu(R)$ будемо іменувати адіабатичними потенціальними термами нуклонів. Внаслідок припущення про адіабатичний рух валентних нуклонів вздовж R , адіабатичні терми $U_\mu(R)$ будуть залежати від R як від параметру.

В адіабатичній моделі ядра відділення чотирьох кутових змінних (θ_i, φ_i) здійснюється [10] шляхом розкладу $\Phi_\mu(R, \Omega)$ по повній ортонормованій білінійній суперпозиції спін-кутових сферичних функцій $\Phi_{j_i l_i}^{m_i}(\theta_i, \varphi_i)$

$$\Phi_\mu(R, \Omega) = \sum_{i_1 j_1 l_1 i_2 j_2 l_2} \Phi_{i_1 j_1 l_1 i_2 j_2 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) \Phi_{i_1 j_1 l_1}^{m_1}(\theta_1, \varphi_1) \Phi_{i_2 j_2 l_2}^{m_2}(\theta_2, \varphi_2), \quad (16)$$

де

$$\Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j m}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = \sum_{m_1 m_2} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m} \Phi_{j_1 l_1}^{m_1}(\theta_1, \varphi_1) \Phi_{j_2 l_2}^{m_2}(\theta_2, \varphi_2), \quad (17)$$

$$\Phi_{j_i l_i}^{m_i}(\theta_i, \varphi_i) = \sum_{m_i m_{s_i}} C_{l_i m_i s_i m_{s_i}}^{j m_i} Y_{l_i}^{m_i}(\theta_i, \varphi_i) \chi_{m_{s_i}}^{s_i=1/2}. \quad (18)$$

Адіабатичні потенціальні терми $U_\mu(R)$ та відповідні їм власні функції знаходяться [10] шляхом чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь для коефіцієнтів $\Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha)$ розкладу (16)

$$\left[\frac{d^2}{d\alpha^2} - \frac{l_1(l_1+1)}{\cos^2 \alpha} - \frac{l_2(l_2+1)}{\sin^2 \alpha} + U_\mu(R) \right] \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) + R^2 \sum_{j_1' j_2' l_1' l_2'} V_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1' j_2' l_1' l_2'}(R, \alpha) \Phi_{j_1' j_2' l_1' l_2'}^{(\mu)}(R, \alpha) = 0, \quad (19)$$

де

$$\Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha). \quad (20)$$

Система (19) доповнюється [12] відповідними граничними умовами, які забезпечують обмеженість функції $\Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha)$ в нулі і виконання принципу Паулі

$$\begin{aligned} \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha=0) &= 0, \\ \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha)|_{\alpha=\pi/4} &= (-1)^{j_1-j_2+1} \Phi_{j_2 j_1 l_2 l_1}^{(\mu)}(R, \pi/2-\alpha)|_{\alpha=\pi/4}, \\ \partial \Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) / \partial \alpha|_{\alpha=\pi/4} &= (-1)^{j_1-j_2} \partial \Phi_{j_2 j_1 l_2 l_1}^{(\mu)}(R, \alpha) / \partial \alpha|_{\alpha=\pi/4}. \end{aligned} \quad (21)$$

Розв'язуючи систему диференціальних рівнянь (19) з граничними умовами (21), знаходимо адіабатичні потенціальні терми $U_\mu(R)$ і базисні функції $\Phi_\mu(R, \Omega)$.

Підстановка розкладу (14) в рівняння (6) та усереднення по базисним функціям $\Phi_\mu(R, \Omega)$ приводять до системи диференціальних рівнянь для радіальних функцій $F_\mu(R)$

$$\left\{ -\frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{4R^2} + U_\mu(R) - 2E \right\} F_\mu(R) + \sum_{\mu'} \left\{ H_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R) + Q_{\mu\mu'}(R) \frac{d}{dR} F_{\mu'}(R) + \frac{d}{dR} [Q_{\mu\mu'}(R) F_{\mu'}(R)] \right\} = 0. \quad (22)$$

Явний вигляд матричних елементів $H_{\mu\mu'}(R)$ та $Q_{\mu\mu'}(R)$ приведений в [10].

Радіальні функції $F_\mu(R)$ задовольняють граничні умови

$$F_\mu(0) = F_\mu(\infty) = 0. \quad (23)$$

Зауважимо, що як видно із системи рівнянь (22), найбільш простим є так зване

наближення Борна-Оппенгеймера, яке полягає в тому, що нехтуючи всіма матричними елементами $H_{\mu\mu'}(R)$ та $Q_{\mu\mu'}(R)$ система рівнянь (22) розщеплюється і зводиться до одного рівняння. Система рівнянь (22) зводиться до одного рівняння також у випадку, якщо знехтувати тільки недиагональними матричними елементами $H_{\mu\mu'}(R)$ і $Q_{\mu\mu'}(R)$. Останнє наближення називається адіабатичним. Оскільки $H_{\mu\mu}(R) > 0$, це приводить до зменшення глибини потенціальної ями $U_\mu(R) + H_{\mu\mu}(R)$, а тому в адіабатичному наближенні матиме місце зсув енергетичного спектру догори у порівнянні із значеннями енергії, отриманими в наближенні Борна-Оппенгеймера. Це означає, що наближення Борна-Оппенгеймера та адіабатичне наближення беруть у "вилку" значення енергій низьколежачих станів розглядуваного ядра.

При знаходженні матричних елементів, які фігурують в (19), від потенціальної енергії системи (13) по функціям $\Phi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i)$ слід мати на увазі, що в той час, як матричні елементи типу $\langle \Phi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) | V_{jk}(\vec{x}_i) | \Phi_{q'}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \rangle$ знаходяться для центральних потенціалів відносно легко [12], тоді як при знаходженні матричних елементів потенціалів взаємодії інших пар частинок, наприклад, матричного елемента типу

$$\langle \Phi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) | V_{ki}(\vec{x}_k) | \Phi_{q'}^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \rangle$$

виникають труднощі навіть для центральних потенціалів, оскільки в цьому випадку змінні \vec{x}_k чи \vec{x}_j в потенціалах залежать від сферичних кутів $\hat{x}_i = (\theta_{x_i}, \phi_{x_i})$ та $\hat{y}_i = (\theta_{y_i}, \phi_{y_i})$. Зрозуміло, що обчислення усіх матричних елементів потенціалів парної взаємодії можна суттєво спростити знаючи зв'язок між функціями Φ_q^{jm} , визначених на різних наборах координат

Якобі. Зокрема, для знаходження матричного елемента $\langle \Phi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) | V_{ki}(\bar{x}_k) | \Phi_q^{jm}(\hat{x}_i, \hat{y}_i) \rangle$ слід здійснити заміну змінних інтегрування, яка відповідає переходу від набору (\bar{x}_i, \bar{y}_i) координат Якобі до відповідно (\bar{x}_k, \bar{y}_k) , тобто здійснити кінематичний поворот (2).

4. Існує інший спосіб розділення змінних в базисних функціях $\{\Phi_\mu(R, \Omega)\}$. Для цього розкладемо довільну базисну функцію $\Phi_\mu(R, \Omega)$ по повній системі власних функцій $Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i)$ квадрата шестивимірного кутового моменту $\hat{K}^2(\Omega_i)$

$$\Phi_\mu(R, \Omega) = \sum_{Kn_i} g_{Kn_i}^{(\mu)}(R) Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i), \quad (24)$$

де $\hat{K}^2(\Omega_i) Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) = K(K+4) Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i)$, $n_i = (l_{x_i}, l_{y_i}, L, M)$.

Кутові функції $Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i)$ називаються гіперсферичними гармоніками або коротко K -гармоніками [3]. Вони задовольняють умову нормування

$$\int d\Omega_i Y_{Kn_i}^{*LM}(\Omega_i) Y_{K'n_i'}^{LM}(\Omega_i) = \delta_{KK'} \delta_{n_i n_i'}. \quad (26)$$

Тричастинкові K -гармоніки $Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i)$ з фіксованим значенням повного орбітального моменту $\vec{L} = \vec{l}_x + \vec{l}_y$ і його проекції M утворюють повний набір ортонормованих функцій і мають вигляд [3]

$$Y_{Kl_{x_i}l_{y_i}}^{LM}(\Omega_i) = \sum_{m_{x_i}m_{y_i}} C_{l_{x_i}m_{x_i}l_{y_i}m_{y_i}}^{LM} Y_{Kl_{x_i}m_{x_i}l_{y_i}m_{y_i}}(\Omega_i), \quad (27)$$

де $Y_{Kl_{x_i}m_{x_i}l_{y_i}m_{y_i}}(\Omega_i) = N_K^{l_{x_i}l_{y_i}} (\cos\alpha_i)^{l_{x_i}} (\sin\alpha_i)^{l_{y_i}} \cdot P_n^{l_{y_i}+1/2, l_{x_i}+1/2}(\cos 2\alpha_i) Y_{l_{x_i}m_{x_i}}(\hat{x}_i) Y_{l_{y_i}m_{y_i}}(\hat{y}_i)$.

Тут $P_q^{l_1 l_2}$ - поліном Якобі, а

$$N_K^{l_{x_i}l_{y_i}} = \left[\frac{2n!(K+2)(n+l_{x_i}+l_{y_i}+1)!}{\Gamma(n+l_{x_i}+3/2)\Gamma(n+l_{y_i}+3/2)} \right]^{1/2},$$

$$n = \frac{K - l_{x_i} - l_{y_i}}{2}. \quad (29)$$

Для коефіцієнтів $g_{Kn_i}^{(\mu)}(R)$ розкладу (24) одержуємо із (15) нескінченну систему однорідних алгебраїчних рівнянь

$$\left(\frac{K(K+4)}{R^2} - U_\mu(R) \right) g_{Kn_i}^{(\mu)}(R) + \sum_{K', n_i'} \langle K' n_i' | V(R, \Omega) | Kn_i \rangle g_{K' n_i'}^{(\mu)}(R) = 0. \quad (30)$$

Система однорідних алгебраїчних рівнянь (30) має відмінні від нуля розв'язки тільки при умові рівності нулеві детермінанта, складеного із коефіцієнтів при невідомих $g_{Kn_i}^{(\mu)}(R)$. Розв'язуючи одержане секулярне рівняння можна знайти адиабатичні потенціальні терми $U_\mu(R)$ та відповідні їм функції $g_{Kn_i}^{(\mu)}(R)$. З метою конструктивного знаходження розв'язків системи рівнянь (30) необхідно мати матричні елементи відповідних потенціалів взаємодії.

Обчислення матричних елементів типу $\langle Y_{K'n_i'}^{L'M'}(\Omega_i) | V_{jk}(\bar{x}_i) | Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) \rangle$, де $V_{jk}(\bar{x}_i)$ є центральним потенціалом, проводиться відносно легко, а обчислення матричних елементів $\langle Y_{K'n_i'}^{L'M'}(\Omega_i) | V_{ij}(\bar{x}_k) | Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) \rangle$

чи $\langle Y_{K'n_i'}^{L'M'}(\Omega_i) | V_{ki}(\bar{x}_j) | Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) \rangle$ є складним [16] у зв'язку з тим, що \bar{x}_k і \bar{x}_j відповідним чином залежать від сферичних кутів \hat{x}_i та \hat{y}_i . У такому випадку слід скористатись зв'язками між K -гармоніками, визначеними на різних наборах координат Якобі. Зокрема,

$$Y_{Kn_i}^{LM}(\Omega_i) = \sum_{l_{x_j}l_{y_j}} \langle l_{x_j}l_{y_j} | l_{x_i}l_{y_i} \rangle_{KL} Y_{Kn_j}^{LM}(\Omega_j), \quad (31)$$

де $\langle l_{x_j}l_{y_j} | l_{x_i}l_{y_i} \rangle_{KL}$ - так звані коефіцієнти Рейнала-Реваї [17], табличні значення яких приведені в [4].

Користуючись тепер розкладом (31) неважко знайти матричний елемент, наприклад, потенціалу $V_{ki}(\bar{x}_j)$ [16]:

$$\langle Y_{K'n'_i}^{L'M'}(\Omega_i) | V_{ki}(\bar{x}_j) | Y_{K'n_j}^{LM}(\Omega_i) \rangle = \sum_{l_{x_j} l_{y_j} l_{x'_j} l_{y'_j}} \langle l_{x_j} l_{y_j} | l_{x'_j} l_{y'_j} \rangle_{KL'}^* \cdot \langle l_{x_j} l_{y_j} | l_{x'_j} l_{y'_j} \rangle_{KL} \langle Y_{K'n'_j}^{L'M'}(\Omega_j) | V_{ki}(\bar{x}_j) | Y_{K'n_j}^{LM}(\Omega_j) \rangle. \quad (32)$$

Аналогічним чином знаходиться матричний елемент потенціалу $V_{ij}(\bar{x}_k)$.

Доцільно надалі здійснити розділення кутових змінних та гіперрадіусу в потенціалах $V_{jk}(\bar{x}_i)$, $V_{ij}(\bar{x}_k)$ та $V_{ki}(\bar{x}_j)$. Зокрема, кожний з них можна відповідно представити наступним чином

$$V_{ki}(\bar{x}_j) = \sum_{K'n'_j} V_{K'n'_j}(R) Y_{K'n'_j}^{LM}(\Omega_j). \quad (33)$$

Коефіцієнти розкладу $V_{K'n'_j}(R)$ можна знайти, використавши умову ортогональності K -гармонік. Тоді розглядуваний матричний елемент можна записати у вигляді

$$\langle Y_{K'n'_j}^{L'M'}(\Omega_j) | V_{ki}(\bar{x}_j) | Y_{K'n_j}^{LM}(\Omega_j) \rangle = \sum_{K'n'_j} V_{K'n'_j}(R) \langle K'n'_j | K'n'_j | K'n_j \rangle, \quad (34)$$

Література

1. Фаддеев Л.Д. // ЖЭТФ.- 1960.- 39.- С.1459-1467.
2. Меркурьев С.П., Фаддеев Л.Д. Квантовая теория рассеяния для нескольких частиц.- М.: Наука, 1985.- 398 с.
3. Симонов Ю.А. // ЯФ.- 1966.- 3.- С.630-638.
4. Джибути Р.И., Крупенникова Н.Б. Метод гиперсферических функций в квантовой механике нескольких частиц.- Тбилиси: Мецниереба, 1984.- 180 с.
5. Барц Б.И., Болотин Ю.Л., Инопин Е.В., Гончар В.Ю. Метод Хартри-Фока в теории ядра.- К.: Наукова думка, 1982.- 208 с.
6. Боголюбов Н.Н. // Докл. АН СССР.- 1958.- 119, №2.- С.224-246.
7. Смирнов Ю.Ф., Шитикова К.В. // ЭЧАЯ.- 1977.- 8, в.4.- С.847-910.
8. Соловьев В.Г. // ЖЭТФ.- 1959.- 36, в.6.- С.1869-1874.
9. Belyaev S.T. // Dan. Math. Fys. Medd.- 1959.- 31, №11.- P.1-55.
10. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // УФЖ.- 1995.- 40, №11.- С.1166-1170.
11. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // Доп. НАН України. Сер. матем.- 1995.- №10.- С.71-74.
12. Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // УФЖ.- 1999.- 44, №11.- С.1330-1336.
13. Капустей М.М., Плекан Р.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В. // УФЖ.- 2001.- 46, №5-6.- С.524-528.
14. Khimich I.V., Plekan R.M., Pojda V.Yu. // Radiat. Phys. and Chem.- 2003.- 68.- P.159-163.
15. Соловьев В.Г. Теория сложных ядер.- М.: Наука, 1971.- 559 с.
16. Khan M.A., Dutta S.K., Das T.K. and Pal M.K. // Journal Phys. G.- 1998.- 24.- P.1519-1525.
17. Raynal J. and Revai J. // Nuovo Cimento A.- 1968.- 68.- P.612-622.
18. Ghosh A.K. and Das T.K. // Phys. Rev. C.- 1990.- 42.- P.1249-1255.

де

$$\langle K'n'_j | K'n'_j | K'n_j \rangle = \int d\Omega_j Y_{K'n'_j}^{*LM}(\Omega_j) Y_{K'n'_j}^{LM}(\Omega_j) Y_{K'n_j}^{LM}(\Omega_j). \quad (35)$$

Матричні елементи (35) розраховані в [18]. Таким чином, визначені в приведеній вище спосіб матричні елементи всіх потенціалів дають змогу шляхом розв'язку системи алгебраїчних рівнянь (30) знайти адиабатичні потенціальні терми $U_\mu(R)$ та відповідні їм базисні функції $\Phi_\mu(R, \Omega)$. Підставляючи далі знайдені значення $U_\mu(R)$ в рівняння (22) шляхом його чисельного розв'язку в наближенні Борна-Оппенгеймера [10] або в адиабатичному наближенні [11] можна одержати енергетичний спектр низьколежачих збуджених станів парно-парних ядер з двома валентними нуклонами із врахуванням при цьому їх залишкової взаємодії, яка в свою чергу призводить до кутових та радіальних кореляцій валентних нуклонів.

ACCOUNT OF MOTION OF THE CORE OF NUCLEUS IN THE ADIABATIC THREE-PARTICLE MODEL OF NUCLEUS

I.V. Khimich

Uzhgorod National University, Department of Nuclear Physics

9a, Kapitulna str., Uzhgorod 88000, Ukraine

E-mail: nphys@univ.uzhgorod.ua

A theoretical description of motion of the core of an even-even nucleus, which possesses two valence nucleons in the external shell, is taken into account in the framework of the adiabatic three-particle model of nucleus. A description is carried by means of the Jacobi coordinates.