

РОЗРАХУНОК ЗБУДЖЕНИХ ЕНЕРГЕТИЧНИХ РІВНІВ ЯДРА ^{42}Ca В МЕТОДІ КОЛЕКТИВНИХ ЗМІННИХ

Капустей М.М., Пойда В.Ю., Хімич І.В.

Ужгородський Державний університет, кафедра ядерної фізики, вул.Капітульна, 9

В рамках гіперсферичного адіабатичного підходу проведено чисельні розрахунки енергетичних рівнів ядра ^{42}Ca . В якості міжнуклонної взаємодії використовувався потенціал нулевого радіусу дії.

Труднощі математичного характеру, які виникають при квантовому описі атомних ядер, змушують робити ряд математичних припущень. Одне з основних полягає в тому, що найбільш важливі властивості ядер можна описати в рамках нерелятивістського рівняння Шредінгера.

Друге припущення – існування оболонкової структури енергетичного спектру ядра. Її наявність означає, що індивідуальні стани нуклонів в ядрі мають певний зміст.

В ядерній фізиці, де невідомо явного виду потенціалу міжнуклонної взаємодії, приходиться користуватись феноменологічними потенціалами. Як правило, для досягнення кращих результатів теоретичних розрахунків вибирають все складніші їх типи. Це значно ускладнює розв'язувану задачу і лише незначно наближає до експерименту уже отримані дані. В деяких випадках задача ускладнюється на стільки, що для її вирішення не вистачає потужності сучасних обчислювальних машин. З другого боку, іноді й прості потенціали, що мають зрозумілий фізичний зміст, при виборі відповідної моделі, можуть більш якісно і наглядно описати певні ядерні явища і при цьому давати не значно гірше, а іноді й краще співпадіння з експериментом.

В даній статті в рамках моделі парно-парний "кор" плюс два нуклони в

зовнішній оболонці робиться спроба опису енергетичного спектру ядра ^{42}Ca в рамках гіперсферичного адіабатичного підходу, який запропоновано до ядерних задач в працях [1-2], з використанням в якості міжнуклонної взаємодії потенціалу нулевого радіусу дії [5].

Основу гіперсферичного адіабатичного підходу складає припущення про адіабатичний характер руху валентних нуклонів вздовж гіперрадіуса R та зручного для опису поняття потенціального терма нуклонів ядра $U_{\mu}(R)$. Опис руху двох частинок в полі остова проводиться в термінах колективних змінних, роль яких відіграють гіперсферичні координати: гіперрадіус $R = (r_1^2 + r_2^2)^{1/2}$, гіперкут $\alpha = \arctg(r_2/r_1)$ та звичайні сферичні кути валентних нуклонів $\hat{r}_i = \{\varphi_i, \theta_i\}$, $i=1,2$.

В рамках моделі "кор" плюс два нуклони, ефективне поле, що створюється усіма нуклонами ядра, моделюється потенціалом Вудса-Саксона з врахуванням спін-орбітальної взаємодії а міжнуклонна взаємодія – потенціалом нулевого радіуса [5].

Задача обчислення енергетичного спектру стаціонарних станів ядра зводиться до слідуючих двох послідовних задач. А саме, задачі чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по змінній α .

$$\left[\frac{d^2}{d\alpha^2} - \frac{l_1(l_1+1)}{\cos^2 \alpha} - \frac{l_2(l_2+1)}{\sin^2 \alpha} + U_\mu(R) \right] \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) + R^2 \sum_{j_1 j_2 l_1 l_2} V_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1 j_2 l_1 l_2}(R, \alpha) \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) = 0 \quad (1)$$

з граничними умовами

$$\begin{aligned} \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha=0) &= 0, \\ \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) \Big|_{\alpha=\pi/4} &= \\ &= (-1)^{j-j_1-j_2+1} \varphi_{j_2 j_1 l_2 l_1}^{(\mu)}(R, \pi/2 - \alpha) \Big|_{\alpha=\pi/4}, \quad (2) \\ \partial \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{(\mu)}(R, \alpha) / \partial \alpha \Big|_{\alpha=\pi/4} &= \\ &= (-1)^{j-j_1-j_2} \partial \varphi_{j_2 j_1 l_2 l_1}^{(\mu)}(R, \alpha) / \partial \alpha \Big|_{\alpha=\pi/4}, \end{aligned}$$

та знаходження енергетичного спектру E зв'язаних станів двох валентних нуклонів в полі парно-парного остова шляхом чисельного розв'язку системи диференціальних рівнянь по змінній R

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{d^2}{dR^2} - \frac{1}{4R^2} + U_\mu(R) - 2E \right\} F_\mu(R) + \\ & + \sum \left\{ H_{\mu\nu}(R) F_\nu(R) + Q_{\mu\nu}(R) \frac{d}{dR} F_\nu(R) + \right. \\ & \left. + \frac{d}{dR} [Q_{\mu\nu}(R) F_\nu(R)] \right\} = 0. \quad (3) \end{aligned}$$

Структура базисних функцій і явний вигляд матричних елементів, які фігурують в (1), (3), приведені в [1,2].

В такій постановці основна складність переноситься на рівняння (1), де потрібно в явному вигляді знайти матричні елементи взаємодії валентних нуклонів з остовом та між собою.

Рівняння (3), як правило, розв'язують в наближенні Борна-Оппенгеймера, суть якого полягає в нехтуванні матричними елементами $H_{\mu\nu}(R)$ і $Q_{\mu\nu}(R)$.

В роботах [3,4] було знайдено енергетичний спектр збуджених 0^+ станів ядер ^{18}O та ^{42}Ca з використанням в якості міжнуклонної взаємодії потенціалу осциляторної ями. Нехтування недіагональними матричними елементами від цього потенціалу в зв'язку з труднощами обчислювального характеру приводить до виродження, тобто одну й ту ж енергію мають $0^+, 2^+, \dots, 2j-1$ стани. Для зняття виродження в [6] було запропоновано використати в якості міжнуклонної взаємодії потенціал нулевого радіусу дії

$$V_{12}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = -g \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad g > 0. \quad (4)$$

Його матричний елемент має вид

$$\begin{aligned} & \left\langle \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm}(\hat{r}_1, \hat{r}_2) \Big| V_{12}(R, \Omega) \Big| \varphi_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{jm}(\hat{r}_1, \hat{r}_2) \right\rangle = -\frac{2g}{R\sqrt{2}} \delta\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) U_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1 j_2 l_1 l_2}, \\ & U_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1 j_2 l_1 l_2} = \sum_{m_1 m_2} \sum_{m_1' m_2'} C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m} C_{j_1 m_1' j_2 m_2'}^{j m} (-1)^N \delta_{-MN} \times \\ & \sum_L (-1)^{j_1+j_2+j_1'+j_2'+m_1+m_2+1} \left\{ \begin{matrix} l_1 l_1 L \\ j_1 j_1 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} l_2 l_2 L \\ j_2 j_2 \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} C_{l_1 0 l_1 0}^{L 0} C_{j_1 -m_1 j_1 m_1}^{L M} C_{l_2 0 l_2 0}^{L 0} C_{j_2 -m_2 j_2 m_2}^{L M} \\ & \times \frac{\sqrt{(2j_1+1)(2j_1'+1)(2j_2+1)(2j_2'+1)(2l_1+1)(2l_1'+1)(2l_2+1)(2l_2'+1)}}{4\pi(2L+1)}. \quad (5) \end{aligned}$$

Тут $\left\{ \begin{matrix} abc \\ def \end{matrix} \right\}$ – 6j-символи, $C_{j_1 m_1 j_2 m_2}^{j m}$ – коефіцієнти Клебша-Гордона.

Хороше узгодження розрахованих в [6] енергій збуджених станів ядра ^{18}O з експериментальними даними спонукає до

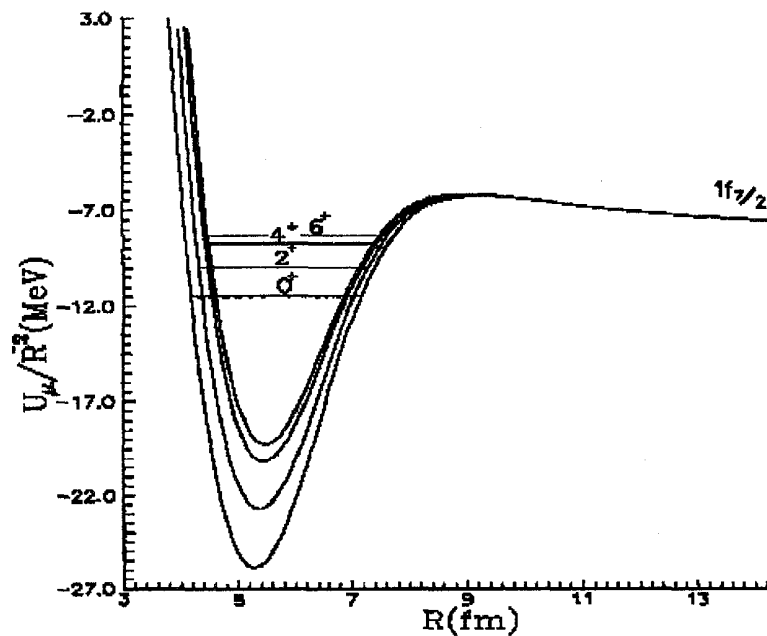
використання даного підходу до інших аналогічних ядерних систем. В якості такої системи було вибрано ядро ^{42}Ca , роль остова якого відіграє двічі-магічний ізотоп ^{40}Ca , поле якого майже не спотворюється валентними нуклонами.

Проведені нами розрахунки були виконані в такій послідовності. Параметри потенціалу Вудса-Саксона підбирались таким чином, щоб при розв'язуванні рівняння (1) терми $U_{\mu}(R)/R^2$ на асимптотіці при $R \rightarrow \infty$ виходили на відповідні рівні ізотопу ^{41}Ca . Визначені в такий спосіб значення параметрів потенціалу Вудса-Саксона та порівняння асимптотичного значення потенціального терма $U_{\mu}(R)$ з енергією одночастинкового рівня $1f_{7/2}$ [7] ядра ^{41}Ca приведені в

таблиці 1. В основному стані два валентні нуклони ядра ^{42}Ca знаходяться на рівні $1f_{7/2}$. Відповідно до цього, повний момент ядра може приймати значення 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+ . Хід потенціальних кривих для кожного з вказаних станів приведено на рис.1. Із характеру поведінки кривих $U_{\mu}(R)/R^2$ від R просліджується їх чітке прямування до відповідного значення енергії одночастинкового рівня ядра ^{41}Ca на нескінченності.

Таблиця 1. Параметри потенціу Вудса-Саксона.

Оболонка	V_0 MeV	V_1 MeV	V_{ls} MeV	R_0 , fm	a_0 fm	χ fm ²	$U_{\mu}(R)/R^2$ при $R=14.895\text{fm}$	$E_{\text{експ}}$ Для ^{41}Ca
$1f_{7/2}$	54	35	30	1.25	0.7	0.7	7.59	8.30

Рис. 1. Хід потенціальних кривих та їх поведінка на асимптотіці для ядра ^{42}Ca .

В таблиці 2 приведені розраховані енергетичні рівні ядра ^{42}Ca та експериментальні значення, які взяті з [8]. Як видно, вони добре узгоджуються між собою. У другому стовпчику приведені розраховані значення діагонального матричного елемента по

формулі (5). Для того, щоб бачити як сильно корелюють валентні нуклони між собою, в третьому стовпчику дано добуток $g U_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1 j_2 l_1 l_2}$, який, фактично, і є глибиною ями міжнуклонної взаємодії.

Таблиця 2. Енергетичні рівні ядра ^{42}Ca .

J^π	$U_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1 j_2 l_1 l_2}$	$g U_{j_1 j_2 l_1 l_2}^{j_1 j_2 l_1 l_2}$ MeV	$E_{\text{експ}}$, MeV	$E_{\text{теор}}$, MeV
0^+	0.318309886	7.31	0	0
2^+	0.075788068	15.79	1524.70	1524.71
4^+	0.037205051	24.56	2752.41	2752.45
6^+	0.018549527	28.27	3189.33	3189.99

Порівняння одержаних теоретичних розрахунків енергій збуджених станів ядра ^{42}Ca з існуючими експериментальними даними [8] показує на їх добре узгодження. Отже, введене поняття потенціального терма $U_\mu(R)$ ядра є

ефективним інструментом теоретичного опису енергетичного спектру складних ядер.

1. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В. Хіміч. УФЖ. 40. 11.1166.(1995).
2. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В. Хіміч. ДНАН України, сер. мат. 10.71.(1995).
3. М.М.Kapustey, I.V.Khimich, V.Yu.Pojda, T.M.Zajac.Proc.IEF.(1997).
4. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В. Хіміч. УФЖ 43. 10.1215.(1998).
5. Ю.Н.Демков, В.Н.Островский. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Ленинград. (1975).
6. М.М.Капустей, В.Ю.Пойда, І.В. Хіміч. УФЖ.(в друці).
7. Н.А.Власов. Нейтроны. Наука. М. (1971).
8. ENSDF, (National Nuclear Data Centre, Broukhaven National Laboratory, New York).

THE ACCOUNT EXCITED OF ENERGY LEVELS OF NUCLEUS ^{42}Ca IN THE METHOD OF COLLECTIVE VARIABLE

M.M.Kapustey, V.Yu.Pojda, I.V.Khimich

Uzhgorod State University, 294000, Kapitylna,9, 46, Uzhgorod.

Frameworks of hyperspherical adiabatic approach conduct the numerical accounts of energy levels of nucleus ^{42}Ca . Quality of nucleon-nucleon interaction uses the potential of zero radius interaction.