СПЕКТР МАС ВАЖКО-ЛЕГКИХ КВАРК-АНТИКВАРКОВИХ СИСТЕМ У РАМКАХ РЕЛЯТИВІСТСЬКОГО ПОТЕНЦІАЛЬНОГО ПІДХОДУ

Р.Л. Шваб

Кафедра теоретичної фізики

Дослідження властивостей важко-легких мезонів проводиться в рамках релятивістської кваркової моделі, у якій рух легкого конституентного антикварка описується рівнянням Дірака з КХД-мотивованим потенціалом утримуючого типу, а важкий кварк розглядається як локальне джерело глюонного поля. За допомогою квазікласичного наближення Венцеля-Крамерса-Бріллюена отримано прості асимптотичні формули для енергетичного і масового спектрів D-, D_s-, B- і B_s- мезонів, які забезпечують високу точність розрахунків навіть для станів з радіальним квантовим числом $n_r \sim 1$. Отримані значення мас орбітально і радіально збуджених станів добре узгоджуються з експериментальними даними та передбаченнями інших авторів.

Як свідчать численні експерименти, більшість відомих на даний час частинок мають внутрішню структуру, тобто є складеними об'єктами. Це в першу чергу стосується гадронів, які згідно сучасних уявлень є зв'язаними станами кольорових кварків та глюонів. Опис спектрів мас та ймовірностей розпадів таких об'єктів потребує побудови послідовної теорії зв'язаних станів, яка повинна базуватися на основних принципах локальної квантової теорії поля та використовувати її апарат. Однак безпосередній розрахунок вказаних характеристик складених систем у межах локальної квантової теорії поля навряд чи завжди можливий, оскільки поки що єдиний відомий спосіб розрахунків у ній ґрунтується на теорії збурень, в той час як природа утворення зв'язаних станів взаємодіючих частинок, безумовно, повинна визначатися непертурбативними ефектами.

Найбільш дієвим способом виходу за межі теорії збурень при побудові теорії зв'язаних станів є використання динамічних рівнянь. Річ в тім, що навіть якщо ядра динамічних рівнянь вдається побудувати тільки в нижчих порядках теорії збурень, розробка методів їх точного чи наближеного (але без використання теорії збурень) розв'язання дозволяє врахувати внесок непертурбативних ефектів взаємодії при обчисленні спостережуваних характеристик зв'язаних станів. У нерелятивістському випадку подібна теорія будується за допомогою динамічного рівняння Шредінгера на мові класичного потенціалу. Однак при великих енергіях зв'язку відповідна теорія повинна бути істотно релятивістською. Чільне місце у сучасному розвитку релятивістської теорії зв'язаних станів посідає рівняння Дірака зі змішаним, скалярно-векторним зв'язком. Після відокремлення кутових змінних приходимо до системи диференціальних рівняння для радіальних хвильових функцій $F(r)$ і $G(r)$:

$$\left.\begin{aligned} \hbar\frac{dF}{dr}+\frac{\tilde{k}}{r}F-\Big[\big(E-V(r)\big)+\big(m+S(r)\big)\Big]G=0,\\ \hbar\frac{dG}{dr}-\frac{\tilde{k}}{r}G+\Big[\big(E-V(r)\big)-\big(m+S(r)\big)\Big]F=0.\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Тут E і m − повна енергія та маса спокою частинки, $S(r)$ – лоренц-скалярний потенціал, а потенціал $V(r)$ є нульовою (часовою) компонентою 4-вектора $A_\mu=(\mathrm{A}_0, \mathbf{A})$, де $\mathbf{A}=0$, $V(r)=-eA_0(r)$, $e>0$; $\tilde{k}=\hbar k$, квантове число

$$k=\begin{cases}-(l+1) & \text{для} \quad j=l+1/2 \quad l=(0,1,\ldots),\\ \quad l & \text{для} \quad j=l-1/2 \quad l=(1,2,\ldots),\end{cases}$$

так що $|k|=j+1/2=1,2,\ldots$.

Основна перевага рівняння Дірака (1) полягає в тому, що воно слугує адекватною математичною моделлю для широкого кола задач гадронної фізики, у яких можливий послідовний перехід від двочастинкової теорії до наближення зовнішнього поля. Така можливість реалізується і має практичні переваги у випадку важко-легких ($Q\overline{q}$) мезонів – КХД-аналогів водневоподібних (ВП) атомів. З цього рівняння випливає наявність спіну та спінового моменту у кварка та антикварка і природно постають задачі про тонку і надтонку структуру енергій змішаних D-, D_s-, B-, та B_s-мезонів. Проте ефективні методи розв'язування даного рівняння у застосуванні до задач гадронної спектроскопії розвинуті недостатньо. Для знаходження розв'язків найчастіше застосовують або числові, або асимптотичні методи.

Квазікласичне наближення Венцеля-Крамерса-Бріллюена, або метод ВКБ, є одним з найбільш ефективних асимптотичних методів розв'язування задач квантової механіки і теоретичної фізики. У роботі [1] було розроблено апарат квазікласичних асимптотик для рівняння Дірака у зовнішніх сферично-симетричних скалярному і векторному полях. Зокрема, знайдено квазікласичні формули для розв'язків рівняння Дірака із скалярно-векторним зв'язком у класично дозволеній і забороненій областях, одержано умови їх зшивання при переході через точку повороту. Для визначення енергії діраківської частинки отримано нову умову квантування, яка враховує релятивістські ефекти, спін та лоренц-структуру потенціалів взаємодії:

$$\int_{r_0}^{r_1}\left(p+\frac{k\omega}{pr}\right)dr=\left(n_r+\frac{1}{2}\right)\pi. \qquad n_r=0,1,2,\ldots \tag{2}$$

де n_r – радіальне квантове число, $p(r)=\left[\left(E-V(r)\right)^2-\left(m+S(r)\right)^2-\left(k/r\right)^2\right]^{1/2}$ – квазікласичний імпульс для радіального руху частинки, а

$\omega = \frac{1}{2}\left(\frac{V' - S'}{m + S + E - V} - \frac{1}{r}\right)$. Умова квантування (2) відрізняється від звичайної умови квантування Бора-Зоммерфельда [2] релятивістським виразом для квазіімпульсу *p(r)* та врахуванням поправки $\sim\omega(r)$ на спін-орбітальну взаємодію, що приводить до розщеплення рівнів з різним знаком квантового числа *k*.

1. ЗАЛЕЖНІСТЬ ЕФЕКТИВНОГО ПОТЕНЦІАЛУ $U(r,E)$ ВІД ЛОРЕНЦІВСЬКОЇ СТРУКТУРИ ЗОВНІШНЬОГО ПОЛЯ

Модель взаємодії релятивістської частинки спіну 1/2 із скалярним та векторним зовнішніми полями одночасно, з якою ми зустрічаємося далі при розрахунку квазікласичного спектра релятивістських зв'язаних станів і в задачах теорії квазістаціонарних станів, задамо потенціалами

$$V(r) = V_{coul}(r) + V_{l.r.}(r) = -\frac{\xi}{r} + \lambda v(r) \tag{3а}$$

$$S(r) = S_{l.r.}(r) = (1-\lambda)v(r), \qquad v(r) = \sigma r + V_0 \tag{3б}$$

де V_0 – дійсна стала, ξ – електростатична константа зв'язку, а λ – коефіцієнт змішування векторного $V_{l.r.}(r)$ та скалярного $S_{l.r.}(r)$ далекодійних потенціалів, причому $0 < \lambda < 1$.

Зв'язок між ефективним потенціалом ЕП $U(r,E)$ та потенціалами (3), що безпосередньо входять у рівняння Дірака (1), доволі складний – $U(r,E)$ залежить не тільки від r та параметрів моделі (3), але й від енергії рівня *E* та повного моменту *j*. Для нас особливо важливим є те, що ЕП $U(r,E)$ має істотно різний вигляд при $\lambda < \frac{1}{2}$, $\lambda > \frac{1}{2}$ та $\lambda = \frac{1}{2}$. Дослідимо поведінку ЕП $U(r,E)$ на великих та малих відстанях r. Підставляючи $V(r)$ і $S(r)$ у вигляді (3) у вираз для ефективного потенціалу кадрованого рівняння Дірака і зберігаючи при $r \to 0$ лише найбільш сингулярні, а при $r \to \infty$ тільки ведучі (за r) члени, отримуємо

$$U(r,E) \sim \begin{cases} \dfrac{(1-2\lambda)\sigma^2}{2m} r^2 + \ldots, & r \to \infty, \quad \lambda \neq \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{E+m}{2m} \sigma r + \ldots, & r \to \infty, \quad \lambda = \dfrac{1}{2}, \\ \dfrac{\gamma^2}{2mr^2}, & r \to \infty, \quad \gamma^2 = k^2 - \xi^2, \end{cases} \tag{4}$$

З (4) видно, що при $\lambda < ½$ ЕП $U(r,E)$ моделі (3) є необмежено зростаючим (зі зростанням r) запираючим потенціалом, у якому є тільки дискретний спектр рівнів енергії; при цьому суттєво, що квадратична залежність ЕП $U(r,E)$ від r (а відповідно, і властивість конфайнмента) виникає за рахунок релятивістських членів $\left(S^2 - V^2\right)/2m$. При $\lambda < ½$ зв'язані стани в розглядуваному складеному полі (3) існують навіть тоді, коли вихідний далекодійний потенціал $v(r) = \sigma r + V_0$ цілком відповідає притяганню ($\sigma < 0$, $V_0 < 0$).

Однак при $\lambda > ½$ і всякому значенні $\sigma \neq 0$ ефективний гамільтоніан H, квадрованого рівняння Дірака у зовнішньому полі (3) має комплексні власні значення енергії, оскільки у цьому випадку ЕП $U(r,E)$ стає (на достатньо великих відстанях) від'ємним і меншим за ефективну енергію частинки $\bar{E} = \left(E^2 - m^2\right)/2m$, що відповідає притяганню. Тому при $\lambda > ½$ ЕП $U(r,E)$ моделі (3) має вигляд ями, відокремленої від зовнішньої області широким (при $|\sigma| << 1$) потенціальним бар'єром. Зупинімося ще на одному важливому випадку, котрий реалізується при $\lambda = ½$. Тоді квадратична залежність "хвоста" ЕП $U(r,E)$ від r зникає, і домінуючу роль у ЕП при $r \to \infty$ відіграють лише далекодійні частини $V_{l.r.}(r)$, $S_{l.r.}(r)$ перших двох доданків. При цьому на достатньо великих відстанях r встановлюється практично лінійна залежність $U(r,E)$ від r.

В підсумку, можна сказати, що варіація одного з параметрів моделі взаємодії (3) – коефіцієнта змішування λ скалярного $S(r)$ та векторного $V(r)$ далекодійних потенціалів – на інтервалі $0<\lambda<1$ дає можливість отримати якісно різну форму ЕП $U(r,E)$ - від картини утримуючого потенціалу ($\lambda<\frac{1}{2}$), у якому є тільки дискретний спектр, до випадку потенціалу з бар'єром ($\lambda>\frac{1}{2}$), для якого рівні енергії є квазістаціонарними, при фізично важливому проміжному випадку $\lambda=\frac{1}{2}$, коли відбувається перебудова асимптотичного режиму "хвоста" ЕП $U(r,E)$ з квадратичного (4 а) на лінійний (4 б).

2. КВАЗІКЛАСИЧНИЙ ОПИС ЕНЕРГІЇ РІВНІВ ВАЖКО-ЛЕГКИХ КВАРКОВИХ СИСТЕМ

Одержати точний розв'язок системи Дірака (1) з потенціалами (3) не вдається, тому тут ми застосуємо метод квазікласичного наближення, що має у випадку скалярного і векторного поля кулонівського та осциляторного типу високу точність навіть для невеликих квантових чисел.

Вибір $0<\lambda<1/2$ відповідає переважаючому скалярному конфайнменту. У цьому випадку ЕП $U(r,E)$ даної моделі має вигляд звичайної осциляторної ями з єдиним мінімумом і без максимумів. При цьому рівняння $p^2=0$ для визначення точок повороту зводиться до повного алгебраїчного рівняння четвертої степені

$$r^4+fr^3+gr^2+hr+l=0\,,$$

де

$$f=\frac{2\left[\tilde{m}(1-\lambda)+\tilde{E}\lambda\right]}{(1-2\lambda)\sigma},\; g=-\frac{\tilde{E}^2-\tilde{m}^2-2\xi\sigma\lambda}{(1-2\lambda)\sigma^2},\; h=-\frac{2\tilde{E}\xi}{(1-2\lambda)\sigma^2},$$

$$l=\frac{\gamma^2}{(1-2\lambda)\sigma^2}.$$

Вказане рівняння має чотири дійсні корені $(d<c<b<a)$, які визначаються рівностями

$$a,b=-\frac{f}{4}+\frac{1}{2}(\Xi\pm\Delta_+),\; c,d=-\frac{f}{4}-\frac{1}{2}(\Xi\mp\Delta_-).$$

Тут використано такі позначення

$$\Xi=\left[\frac{f^2}{4}-\frac{2g}{3}+\frac{\nu}{3}\left(\frac{2}{Z}\right)^{1/3}+\frac{1}{3}\left(\frac{Z}{2}\right)^{1/3}\right]^{1/2},\; \Delta_\pm=\sqrt{F\pm\frac{D}{4\Xi}},$$

$$F=\frac{f^2}{2}-\frac{4g}{3}-\frac{\nu}{3}\left(\frac{2}{Z}\right)^{1/3}-\frac{1}{3}\left(\frac{Z}{2}\right)^{1/3},\; Z=v+\sqrt{-4\nu^3+v^2},$$

$$D=-f^3+4fg-8h,\; v=2g^3-9fgh+27h^2+27f^2l-72gl,$$

$$\nu=g^2-3fh=12l.$$

Надамо квазікласичному імпульсу зручної для подальшої роботи форми

$$\begin{aligned}p(r)&=|\sigma|\sqrt{1-2\lambda}\,\frac{R(r)}{r}=\\&=|\sigma|\sqrt{1-2\lambda}\,\frac{\left[(a-r)(r-b)(r-c)(r-d)\right]^{1/2}}{r}\end{aligned}\qquad(5)$$

Інтегрування в умові квантування (2) ведеться по класично дозволеній ділянці між двома додатними точками повороту $r_0=b<r_1=a$, причому дві інші точки повороту $(d<c<0)$ лежать у нефізичній області $r<0$. Тоді, скориставшись формулою (5), зведемо інтеграли квантування до суми інтегралів вигляду

$$J_1=\int_a^b p(r)\,dr=-|\sigma|\sqrt{1-2\lambda}\int_a^b\frac{\left(r^3+fr^2+gr+h+lr^{-1}\right)}{R}dr,\qquad(6)$$

$$J_2 = \int_a^b \frac{k\omega}{p(r)r} dr = -\frac{k}{2|\sigma|\sqrt{1-2\lambda}} \left[\int_a^b \frac{dr}{(r-\lambda_+)R} + \int_a^b \frac{dr}{(r-\lambda_-)R} \right], \quad (7)$$

де введені позначення

$$\lambda_\pm = -\frac{\tilde{E} + \tilde{m} \mp \sqrt{\left(\tilde{E}+\tilde{m}\right)^2 - 4\sigma\xi(1-2\lambda)}}{2\sigma(1-2\lambda)}.$$

Перевага цієї форми запису J_1 і J_2 у порівнянні з вихідною полягає в тому, що інтеграли, які вона містить, вдається виразити через відомі спеціальні функції (повні еліптичні інтеграли). Енергетичний спектр частинки визначається правилом квантування (2), яке після стандартної [3] заміни змінної інтегрування

$$r = \frac{b(a-c) - c(a-b)\sin^2\varphi}{a - c - (a-b)\sin^2\varphi}. \quad (8)$$

та обчислення інтегралів квантування (6) і (7) приймає вигляд трансцендентного рівняння

$$\frac{-2\sqrt{1-2\lambda}}{\sqrt{(a-c)(b-d)}} \left[\frac{|\sigma|(b-c)^2}{R} \left[N_1 F(\chi) + N_2 E(\chi) + N_3 \Pi(u,\chi) + N_4 \Pi\left(\frac{c}{b}u, \chi\right)\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{k}{2(1-2\lambda)|\sigma|} \left[(b-c)\left(N_5 \Pi(u_+, \chi) + N_6 \Pi(u_-, \chi)\right) + N_7 F(\chi) \right] \right] = \left(n_r + \frac{1}{2}\right)\pi \quad (9)$$

Тут $F(\chi)$, $E(\chi)$ і $\Pi(u,\chi)$ – повні еліптичні інтеграли першого, другого і третього роду, відповідно. Причому $u = \frac{a-b}{a-c}$, $u_\pm = \frac{\lambda_\pm - c}{\lambda_\pm - b} u$, $\chi = \sqrt{u \frac{(c-d)}{(b-d)}}$, $\Re = (1-u)\left(\chi^2 - u\right)$. Вирази N_i $(i = 1, \ldots, 7)$ через їх громіздкість наведені в додатку.

Звичайно, в загальному випадку, точно розв’язати дане рівняння (9) неможливо, однак ситуація спрощується в міру збільшення енергії, тоді відповідь можна отримати в аналітичному вигляді. У практично важливій області $\tilde{E} > \tilde{m}$ та $\sigma > 0$, яка представляє реальний інтерес для фізики важко-легких мезонів, у спектральній задач і з'являється малий параметр $\sigma\gamma/\tilde{E}^2$ (чисельно рівний 0.55 при $\sigma = 0.18 ГеВ^2$, $\xi = 0.51467$, $n_r = 0$, $k = -1$, $\lambda = 0.3$, $V_0 = -0.375 ГеВ$). За умови $\sigma\gamma/\tilde{E}^2 << 1$ точки повороту a і b розташовані далеко одна від одної. В цьому граничному випадку $\sigma\gamma/\tilde{E}^2 << 1$, $\tilde{E} > \tilde{m}$ скористаємося наближеним методом обчислення інтегралів квантування, який ґрунтується на ідеї розбиття проміжку інтегрування $r_0 = b \le r \le r_1 = a$ на окремі ділянки $[b, \tilde{r}]$ і $[\tilde{r}, a]$, в кожній з яких враховується точно лише домінуючий тип взаємодії, а всі інші – наближено за допомогою асимптотичної теорії збурень. Знайдемо таку точку $\tilde{r}$, котра розбиває область інтегрування $b \le r \le a$ на область $b \le r \le \tilde{r}$, у якій переважає кулонівський потенціал, і область $\tilde{r} \le r \le a$, у якій домінує вже далекодійний потенціал $v(r)$. Оскільки в області $b \le r \le \tilde{r}$ переважає кулонівська взаємодія, то її ми вибираємо як основний потенціал, а розклад для квазіімпульсу будемо будувати за далекодійною взаємодією $v(r)$. В області $\tilde{r} \le r \le a$, навпаки, основним є далекодійний потенціал, а кулонівський розглядається як мале збурення. Практично обчислення інтегралів квантування здійснюється в такий спосіб. В області $b \le r \le \tilde{r}$ інтеграли (6) і (7) обчислюємо, розклавши квазіімпульс *p(r)* у ряд за зростаючими степенями параметрів $r/a << 1$ і $r/|d| << 1$, а при $\tilde{r} \le r \le a$ розклад *p(r)* проводимо за малими величинами $b/r << 1$ і $|c|/r << 1$.

Знайшовши інтеграли квантування, зібравши їх разом та згрупувавши доданки одного порядку за σ, ми одержимо з (2) трансцендентне рівняння, що визначає спектр енергії:

$$\frac{\eta_1\sqrt{\tilde{E}^2 - \tilde{m}^2}}{2\sigma(2\lambda - 1)} - \eta\left(\frac{\eta_2^{\,2}}{2\sigma(2\lambda - 1)} + \lambda\xi\right) - \gamma \arccos\left(-\frac{\tilde{E}\xi}{\theta}\right) -$$

$$-\frac{\tilde{E}\xi}{\sqrt{\tilde{E}^2-\tilde{m}^2}}\ln\left(\frac{\sigma\eta_2\theta}{4e\left(\tilde{E}^2-\tilde{m}^2\right)^2}\right)-\frac{\operatorname{sgn}k}{2}\arccos\left(-\frac{\tilde{m}\xi}{\theta}\right)=\left(n_r+\frac{1}{2}\right)\pi\ . \tag{10}$$

Тут ми ввели зручний для подальшого параметр

$$\eta=\left(1-2\lambda\right)^{-1/2}\arccos\left(\eta_1/\eta_2\right). \tag{11}$$

Хоча рівняння (10) значно простіше «точного» квазікласичного рівняння (9) для енергії рівнів, його розв’язання все-таки вимагає числових розрахунків. Розглянемо граничний випадок, коли рівняння (10) спрощується і може бути досліджено аналітично. Нехай далі $\tilde{E}\ll\tilde{m}$, тобто радіальне квантове число $n_r\gg 1$. Якщо розкласти ліву частину (10) за $\tilde{m}/\tilde{E}\ll 1$ з точністю до членів, пропорційних третій ступені, то для енергії рівнів $E_{n_r k}$ одержуємо трансцендентне рівняння, розв’язуючи яке методом послідовних наближень, ми одержуємо у головному наближенні шуканий вираз для власних значень енергії.

$$E_{n_r k}=\zeta^{-1}\left\{B+\left(B^2+\zeta\left[2\sigma\left(1-2\lambda\right)\left(\xi\ln\frac{\sigma|k|\left(1-\lambda\right)}{4\tilde{E}^{(0)2}}+3\xi A+\pi N\right)+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\lambda\tilde{m}\left(1-\lambda A\right)\right]\right)^{1/2}\right\}+\lambda V_0 \tag{12}$$

де

$$\zeta=\left(1-\lambda\right)^2A-\lambda-2\sigma\xi\left(1-2\lambda\right)/\left(\tilde{E}^{(0)2}\right),$$

$$B=\left(1-\lambda\right)\left(1-\lambda A\right)\tilde{m}-4\sigma\xi\left(1-2\lambda\right)/\tilde{E}^{(0)},$$

а $\tilde{E}^{(0)}=E^{(0)}-\lambda V_0$, $\tilde{E}^{(0)}$ – нульове наближення для енергії, від вибору якого величина $E_{n_r k}$ залежить дуже слабко, і в більшості випадків можна покласти $E^{(0)}=E_{n_r k}\left(\xi=0\right)$. Ми одержали формулу (12) для енергії рівнів $E_{n_r k}$, що неаналітично залежить від натягу струни σ і тому по теорії збурень отримана бути не може.

Порівняння результатів обчислень рівнів енергії $E_{n_r,k}^{ВКБ}$ і $E_{n_r,k}^{ВКБ(ас)}$ на основі трансцендентного рівняння (9) і асимптотичної формули (12) з точними значеннями $E_{n_r k}$, отриманими шляхом числового розв'язання рівняння Дірака, приведене в табл. 1.

Таблиця 1.

Порівняння результатів обчислень рівнів енергії $E_{n_r,k}^{ВКБ}$ і $E_{n_r,k}^{ВКБ(ас)}$ на основі трансцендентного рівняння (9) і квазікласичного виразу (12) з точними значеннями $E_{n_r k}$ для набору параметрів: $\alpha_s = 0.3$, $\sigma = 0.18ГеВ^2$, $\lambda = 0.3$, $V_0 = -0.45$ ГеВ і $m_{u,d} = 0.33$ ГеВ, $m_s = 0.5$ ГеВ (енергії приведені в ГеВ).

		$c\bar{u},\quad c\bar{d}$			$c\bar{s}$		
$^{2S+1}N_j\,(n_r,k)$		$E_{n_r k}$	$E_{n_r,k}^{ВКБ}$ (9)	$E_{n_r,k}^{ВКБ(ас)}$ (12)	$E_{n_r k}$	$E_{n_r,k}^{ВКБ}$ (9)	$E_{n_r,k}^{ВКБ(ас)}$ (12)
$^2S_{1/2}$	(0,-1)	0.4180	0.4278	0.4639	0.5054	0.5146	0.5530
	(1,-1)	0.8753	0.8805	0.8924	0.9704	0.9755	0.9915
	(2,-1)	1.2005	1.2043	1.2109	1.2980	1.3017	1.3114
$^2P_{3/2}$	(0,-2)	0.7501	0.7522	0.7650	0.8530	0.8543	0.8623
	(1,-2)	1.1050	1.1064	1.1118	1.2060	1.2072	1.2120
	(2,-2)	1.3851	1.3862	1.3894	1.4856	1.4867	1.4901
$^2P_{1/2}$	(0,1)	0.7188	0.7247	0.6977	0.8193	0.8252	0.7943
	(1,1)	1.0716	1.0758	1.0609	1.1732	1.1774	1.1609
	(2,1)	1.3535	1.3570	1.3472	1.4551	1.4585	1.4479
$^2D_{3/2}$	(0,2)	0.9824	0.9837	0.9500	1.0837	1.0850	1.0495
	(1,2)	1.2776	1.2786	1.2569	1.3789	1.3799	1.3575
	(2,2)	1.5268	1.5276	1.5120	1.6279	1.6287	1.6128

Як видно з табл.1, квазікласичні значення $E_{n_r,k}^{ВКБ}$ та $E_{n_r,k}^{ВКБ(ас)}$ мають процентну та двопроцентну точність (за винятком енергій станів з радіальним квантовим числом $n_r = 0$), відповідно. Таким чином, точність визначення $E_{n_r k}$ за допомогою квазікласичної формули (12) така, що для практичних цілей за звичай немає змісту уточнювати головне наближення.

3. СПЕКТР МАС ВАЖКО-ЛЕГКИХ КВАРКОВИХ СИСТЕМ

Якісна картина формування зв'язаних станів у системі $Q\bar{q}$ визначається наявністю масштабу $\Lambda_{\text{КХД}}$ конфайнмента легкого антикварка $\bar{q}$: $\Lambda_{\text{КХД}} << m_Q$, де m_Q – маса важкого кварка Q. При цій умові важкий кварк Q сприймається легким антикварком $\bar{q}$ як локальне статичне джерело кольорового (глюонного) поля КХД. Наявність малого параметру $\Lambda_{КХД} / m_Q << 1$ дозволило розробити потужні засоби вивчення КХД у взаємодіях важких кварків з легкими. Так, для гадронних систем з одним важким кварком була розвинута узгоджена схема ефективної теорії важких кварків (HQET) [4]. Важливо відмітити, що, по-перше, у головному наближенні HQET (тобто в статичній границі $m_Q \to \infty$) ефективний гамільтоніан в точності відповідає діраковському гамільтоніану одночастинкової задачі (1) і, по-друге, спін важкого кварка Q відчеплений від взаємодії з мало віртуальними глюонами (спінова симетрія). Тому в якості вихідного наближення для опису мезонів з одним легким антикварком в рамках HQET можна використати ряд надійних результатів релятивістської потенціальної моделі, яка базується на рівнянні Дірака зі змішаним, скалярно-векторним зв'язком (1).

У головному наближенні за $1/m_Q$ масовий спектр станів мезона з одним важким кварком визначається виразом [5]:

$$M_{n_r k}^{\text{теор}} = E_{n_r k} + \sqrt{E_{n_r k}^2 - m_q^2 + m_Q^2}, \qquad (13)$$

де m_q та m_Q – маси важкого кварка Q і легкого антикварка $\overline{q}$, які складають мезон $Q\overline{q}$. Таким чином, задача розрахунку масового спектру $Q\overline{q}$-мезонів зводиться до послідовного обчислення власних значень енергії рівняння Дірака в складеному полі(3а), (3б), джерелом якого в даному випадку є важкий кварк Q.

Властивості симетрії рівняння Дірака (1) значно спрощують задачу класифікації станів важко-легких мезонів. Оскільки гамільтоніан H_D рівняння (1) не містить членів, які описують взаємодію спіну Q-кварка з орбітальним $\vec{l}$ і спіновим $\vec{s}_q$ моментами легкого антикварка, то інтегралами руху будуть окремо спіновий момент $\vec{S}_Q$ важкого кварка Q і повний момент кількості руху легкого антикварка $\vec{j} = \vec{s}_q + \vec{l}$. Ця обставина дозволяє класифікувати стани за квантовими числами $\vec{j} = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots$ оператора повного моменту легкого антикварка $\overline{q}$, в той час як стани повного моменту складеної $Q\overline{q}$-системи $\vec{J} = \vec{j} + \vec{S}_Q$ є виродженими по відношенню до орієнтації спіну $\vec{S}_Q$ важкого кварка Q. Таким чином, в наближенні спінової симетрії кожному стану рівняння Дірака з даним j і просторовою парністю $P = (-1)^{l+1}$ відповідають два майже вироджені стани складеної системи $Q\overline{q}$ з $J = j \pm 1/2$. Тому маси j^P-станів $Q\overline{q}$-мезона також вироджені за J і ці стани мають тотожні хвильові функції. Основному стану $Q\overline{q}$-мезонів відповідають значення $l = 0$ (s- стани в кварк-антикварковій моделі) і $j = 1/2^-$. Цей дублет включає два стани $J^P = (0^-, 1^-)$. У випадку $l = 1$ (p-стани в кварковій моделі) маємо два стани з $j = 1/2^+$ і $j = 3/2^+$ і два відповідні дублети $J^P = (0^+, 1^+)$ і $J^P = (1^+, 2^+)$.

Для того щоб теоретичні результати можна було зіставити з експериментальними даними, ми проводимо усереднення останніх за спіном важкого кварка за допомогою формули

$$M_{\text{експ}} = \left(\sum_J (2J+1) M_J \right) \Big/ \left(\sum_J (2J+1) \right), \quad (14)$$

де M_J – експериментальне значення стану з повним кутовим моментом J.

При розрахунках спектрів мас важко-легких мезонів ми використовуємо тільки одне обмеження – на параметр λ: значення коефіцієнта змішування λ векторного $V(r)$ і скалярного $S(r)$ далекодійних потенціалів має належати інтервалу $0 \le \lambda \le 1/2$, щоб ЕП $U(r, E)$ моделі взаємодії (3а), (3б) був потенціалом утримуючого типу. Саме значення параметра λ було отримано в результаті фітування експериментальних даних [6,7] по тонкій структурі P-хвильових рівнів у D-мезонах. Порівняння результатів розрахунків за формулами (9), (13) з експериментальними даними [6,7] показує, що найкраще узгодження досягається для $\lambda = 0.3$ і наступного набору параметрів:

$$\sigma = 0.18 \text{ ГеВ}^2, \; \alpha_s \left(c\bar{u} \;\; \text{або} \;\; c\bar{d} \right) = 0.386,$$
$$V_0 \left(c\bar{u} \;\; \text{або} \;\; c\bar{d} \right) = -375 \;\; \text{МеВ}.$$

Для мас u-, d- і c-кварків використовувались їх конституентні значення $m_{u,d} = 330 \;\; \text{МеВ}$, $m_s = 500 \;\; \text{МеВ}$, $m_c = 1550 \;\; \text{МеВ}$.

Таблиця 2.

Спектр мас *D*-, *D_s*-мезонів (маси приведені в МеВ)

$c\overline{u}, c\overline{d}$				$c\overline{s}$	
${}^{2S+1}N_j\left(n_r, k\right)$		$M_{\text{теор}}$	$M_{\text{експ}}$	$M_{\text{теор}}$	$M_{\text{експ}}$
${}^2S_{1/2}$	(0, -1)	2001.54	1971.05	2069.04	2072
	(1, -1)	2632.28	< 2637	2737.42	-
${}^2P_{3/2}$	(0, -2)	2443.17	2447.3	2552.06	2530.68
	(1, -2)	2981.9	-	3107.16	-
${}^2P_{1/2}$	(0,1)	2403.67	2407.75	2508.48	2480.86
	(1,1)	2933.44	-	3058.48	-

Розрахований за формулами (12), (13) квазікласичний спектр мас змішаних *D*-, *D_s*-мезонів співпадає з чотиривідсотковою точністю (див. табл. 2) з експериментальним спектром. Встановлено, що тонка структура *P*-хвильових станів у змішаних (*D*-, *D*-$_s$) мезонах в першу чергу чутлива до вибору коефіцієнта змішування λ та значення константи сильного зв'язку α_s. Отримане значення $\lambda = 0.3$ вказує на те, що утримуюча частина міжкваркового потенціалу на 70% є скалярною.

ВИСНОВКИ

В роботі встановлено, що варіація одного з параметрів моделі взаємодії (3) – коефіцієнта змішування λ скалярного $S_{l.r.}(r)$ та векторного $V_{l.r.}(r)$ далекодійних потенціалів – на інтервалі $0 < \lambda < 1$ дає можливість отримати якісно різну форму ЕП $U(r, E)$ – від картини утримуючого потенціалу ($\lambda < 1/2$), при цьому у рівняння Дірака є тільки дискретний спектр, до випадку потенціалу з бар'єром ($\lambda > 1/2$), для якого рівні енергії є квазістаціонарними.

Для обчислення рівнів енергії важко-легких (D-, D-$_s$) мезонів в рамках квазікласичного наближення Венцеля-Крамерса-Бріллюена отримано трансцендентне рівняння (9) та аналітичний вираз (12), які забезпечують прийнятну точність обчислень навіть для станів з радіальним квантовим числом $n_r \sim 1$.

Отримано задовільний опис енергетичних та масових спектрів D- та D_s-мезонів в рамках релятивістського узагальнення корнельської моделі потенціалу міжкваркової взаємодії. Найкраще узгодження теоретичних передбачень з наявними експериментальними даними отримано при значенні коефіцієнта змішування λ скалярного $S_{l.r.}(r)$ та векторного $V_{l.r.}(r)$ далекодійних потенціалів рівному 0.3. Це вказує на те, що вклад лоренц-скаляра в далекодійний утримуючий потенціал є домінуючим.

ДОДАТОК

В додатку приведені вирази для коефіцієнтів $N_i \ \left(i=1,\ldots,7\right)$, які зустрічаються з повними еліптичними інтегралами першого, другого і третього роду у трансцендентному рівнянні (9), яке визначає енергетичний спектр**.**

$$N_1 = \frac{\chi^2 \left(b-c\right)}{4} - \frac{3\aleph\left(b-c\right)}{8\left(1-v\right)} - \frac{\left(\chi^2 - v\right)}{2}\left(f+3c\right) + \\ + \frac{\Re}{\left(b-c\right)^2}\left(c^3 + c^2 f + cg + h + l/c\right) \tag{Д1}$$

$$N_2 = -\frac{v}{2}\left[f + 3c + \frac{3}{4}\frac{\left(b-c\right)\aleph}{\Re}\right] \tag{Д2}$$

$$N_3 = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{4}\frac{(b-c)\aleph^2}{\Re} + \frac{2\Re}{(b-c)}\left(3c^2 + 2cf + g\right) + \right. \qquad \text{(Д3)}$$

$$\left. + (b-c)\left(\left(1+\chi^2\right)v - 3\chi^2\right) + \aleph\left(f + 3c\right) \right]$$

$$N_4 = -\frac{\Re}{(b-c)}\frac{l}{bc} \qquad \text{(Д4)}$$

$$N_5 = \left[(b-\lambda_+)(\lambda_+ - c)\right]^{-1} \qquad \text{(Д5)}$$

$$N_6 = \left[(b-\lambda_-)(\lambda_- - c)\right]^{-1} \qquad \text{(Д6)}$$

$$N_7 = \frac{2}{(\lambda_+ - c)(\lambda_- - c)}\left(c + \frac{\tilde{E} + \tilde{m}}{2(1-2\lambda)\sigma}\right) \qquad \text{(Д7)}$$

$$\aleph = \chi^2\left(3 - 2v\right) + v\left(v - 2\right) \qquad \text{(Д8)}$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Rubish V.V., Lazur V.Yu., Reity O.K., Chalupka S., Salak M. The WKB method for the Dirac equation with the vector and scalar potentials// Czech. J. Phys. - 2004. - V. 54, No. 9. - C. 897-919; Лазур В.Ю., Рейтий А.К., Рубиш В.В. Метод ВКБ для уравнения Дирака со скалярно-векторной связью // Теор. мат. физ. - 2005. - Т. 143, № 1. - С. 83-111.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория) - М: Наука. - 1974. - 302 с.
3. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Т. 3. (Пер. с анг.) - М: Наука. - 1967. - 294 с.
4. Matsuki T., Morii T. Spectroscopy of heavy mesons expanded in l/mQ// Phys. Rev. D. - 1997. - V. 56, No. 9. - P. 5646-5667

5. Lichtenberg D.B., Predazzi E., Rossetti C. Some properties of bound states in potentials with wave equations incorporating relativistic kinematics// Z. Phys. C. - 1988. - V. 40, No. 3. - P. 357-363.
6. Review of particle physics// Phys. Lett. B. - 2004. - V. 592, No. 1-4. - P. 605-849.
7. S. Godfrey. Phys. Rev. D. 2005. V. 72.054029; hep-hp/0508078.