УДК 539.172.3

І.І. Гайсак, В.І. Жаба
Ужгородський національний університет, 88000, Ужгород, вул. Волошина, 54
e-mail: haysak@meta.ua; viktorzh@meta.ua

ДЕЙТРОН: ХВИЛЬОВА ФУНКЦІЯ І ПАРАМЕТРИ

Розраховано хвильову функцію дейтрона в координатному та імпульсному представленнях. Порівняно отримані параметри дейтрона з раніше опублікованими. По отриманих хвильових функціях розраховані імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні, компоненту тензора чутливості до поляризації дейтронів, тензорну аналізуючу здатність.

Ключові слова: дейтрон, хвильова функція, потенціал, параметр, вузол.

Вступ

Дейтрон є найпростішим ядром, яке складається з двох сильно взаємодіючих частинок - протона і нейтрона. Простота будови дейтрона робить його зручною лабораторією для вивчення нуклон-нуклонних сил. На даний час розрахунки статичних характеристик дейтрона (енергія зв'язку, магнітний момент, електричний квадрупольний момент, …) добре узгоджуються з експериментальними даними [1].

Але, незважаючи на досить добрий теоретичний опис експериментальних величин параметрів дейтрона, існують певні теоретичні неузгодженості. Наприклад, в деяких теоретичних роботах [2] одна (Боннський потенціал) або обидві (Московський потенціал) [3,4] компоненти хвильової функції мають вузли поблизу початку координат. Така поведінка хвильової функції протирічить загальній математичній теоремі про число вузлів власних функцій крайових задач [5]. Основному стану системи відповідає функція без вузлів в середині інтервалу крайової задачі. Наявність вузлів в хвильових функціях основного (і єдиного) стану дейтрона може вказувати на існування певних незгодженостей в реалізації чисельних алгоритмів, які застосовуються в подібних задачах.

В [6] показано, що асимптотика компонент рішення системи рівнянь вже не визначається одним орбітальним числом L, як у випадку з розв'язками одиночного рівняння Шредінгера, а обумовлюється повним орбітальним моментом J і асимптотичною поведінкою тензорного потенціалу на малих відстанях, який забезпечує зв'язування рівнянь Шредінгера в систему. Тобто, у випадку зв'язаних каналів безумовне твердження «S-хвиля має асимптотику r, а D-хвиля r^3» не завжди може бути справедливим.

Дейтрон (повний момент J=1, сумарний спін нуклонів S=1) описується двокомпонентною хвильовою функцією

$$\Psi(\vec{r}) = \frac{u(r)}{r}\Im^{M}_{101}(\theta,\varphi) + \frac{w(r)}{r}\Im^{M}_{121}(\theta,\varphi)$$

і системою зв'язаних рівнянь для радіальних функцій u і w

$$\begin{cases} \dfrac{d^2u}{dr^2} + \left(-k^2 - U_1(r)\right)\cdot u(r) = \sqrt{8}\cdot U_T(r)\cdot w(r) \\ \dfrac{d^2w}{dr^2} + \left(-k^2 - \dfrac{6}{r^2} - U_2(r)\right)\cdot w(r) = \sqrt{8}\cdot U_T(r)\cdot u(r) \end{cases},$$

де $\Im^{M}_{JLS}(\theta,\varphi)$ - спін-орбітальна складова; $u(r)$, $w(r)$ - радіальні функції для орбітального моменту L=0;2; U_1, U_2 - потенціали каналів L=0;2; U_3 - тензорна компонента NN-взаємодії; $k^2 = -\dfrac{2mE}{\hbar^2}$; $U_i(r) = \dfrac{2\mu}{\hbar^2}V_i(r)$; μ - приведена маса.

Відсутні вузли хвильової функції дейтрона в координатному представленні для Неймегенської групи потенціалів [7], для потенціалів Argonne v14 і v18 [8], для Паризького потенціалу [9], а також в

теоретико-польовому розгляді двонуклонних систем [10].

В свою чергу хвильова функція дейтрона в імпульсному представленні у науковій літературі (див. огляди [11, 12] та [13, 14]) представлена неоднозначно. Зокрема, в *S*- компоненти присутній надлишковий вузол в середині інтервалу значень імпульсу.

Розрахунки хвильової функції в координатному та імпульсному представленнях і параметрів дейтрона

При наших чисельних розрахунках асимптотика *S*- і *D*- компонент хвильової функції в координатному представленні визначається як орбітальним числом *L*, так і тензорною частиною потенціалу нуклон-нуклонної взаємодії. Знайдено енергію зв'язку та хвильові функції дейтрону для набору потенціалів з різними асимптотиками на початку координат. Розраховані хвильові функції дейтрона в конфігураційному представленні не містять лишніх вузлів (рис. 1-3). Потенціалами нуклон-нуклонної взаємодії слугували потенціал Юкави [15], несингулярний потенціал Ріда (Reid93) [16], потенціал Argonne v18 [8].

Потенціал Юкави був вибраний у вигляді суперпозиції центральних і тензорних сил [15]:

$$V = -22{,}7\frac{\exp(-2{,}12r/b_C)}{r/b_C} - 10{,}9\frac{\exp(-2{,}12r/b_T)}{r/b_T}S_{12}$$

де $b_C = 2{,}47\cdot 10^{-13}\,см; b_T = 3{,}68\cdot 10^{-13}\,см$, а потенціал в МеВ, r - координата. Тут b_C і b_T - приведені радіуси дії і тому їх можна порівняти з радіусом дії потенціалів прямокутної форми.

Було порівняно наші з іншими теоретичними розрахунками хвильових функцій дейтрона. Оцінені відхилення між отриманими чисельними результатами показали, що для потенціалу Ріда: $\chi^2(u(r))$=0,01284; $\chi^2(w(r))$=0,005583; для потенціалу Argonne v18: $\chi^2(u(r))$= 0,009923; $\chi^2(w(r))$= 0,008393.

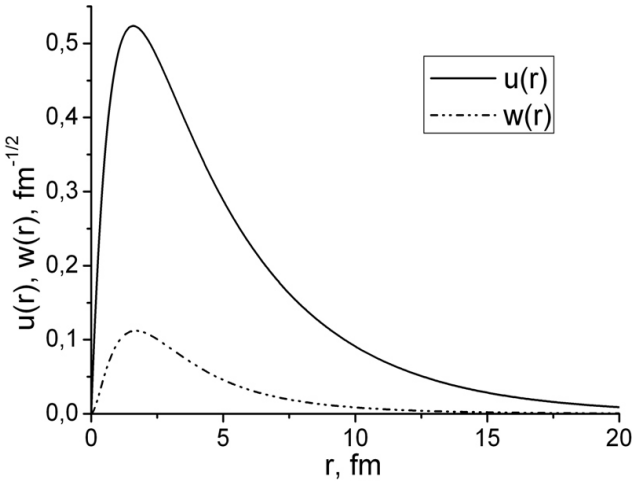


Рис. 1. Хвильова функція дейтрона в координатному представленні для потенціалу Юкави.

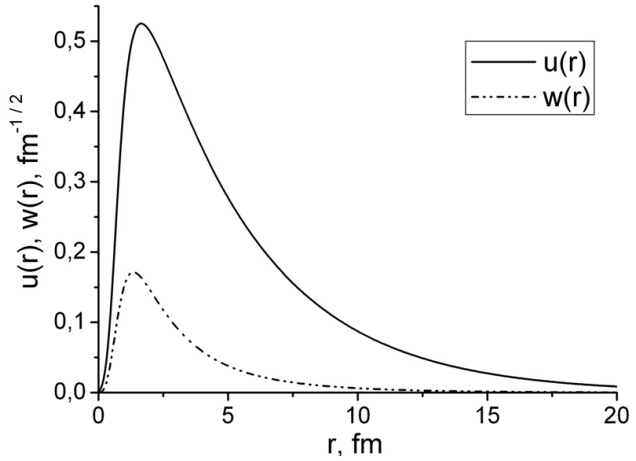


Рис. 2. Хвильова функція дейтрона в координатному представленні для потенціалу Ріда.

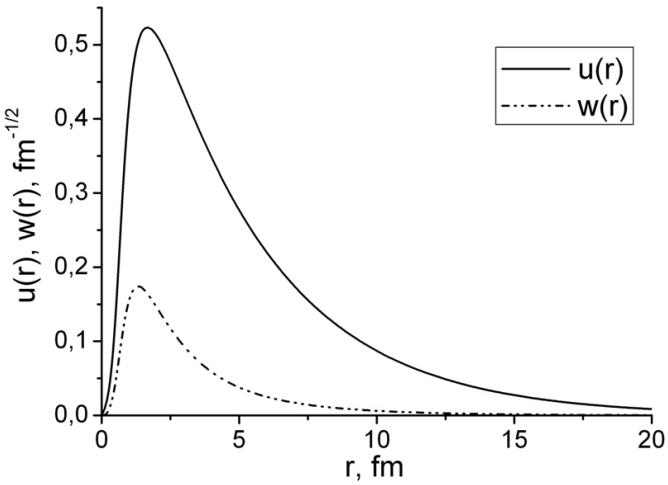


Рис. 3. Хвильова функція дейтрона в координатному представленні для потенціалу Argonne v18.

Згідно чисельно розрахованих хвильових функцій дейтрона в координатному представленні отримані його наступні параметри:

- радіус дейтрона r_d:

$$r_d = \frac{1}{2}\left\{\int_0^\infty r^2\left[u^2(r)+w^2(r)\right]dr\right\}^{1/2};$$

- електричний квадрупольний момент Q_d:

$$Q_d = \frac{1}{20}\int_0^\infty r^2 w(r)\left[\sqrt{8}u(r)-w(r)\right]dr$$

- магнітний момент:

$$\mu_d = \mu_s - \frac{3}{2}(\mu_s - \frac{1}{2})P_D;$$

- вклад D- стану P_D:

$$P_D = \int_0^\infty w^2(r)dr;$$

- асимптотика D/S- стану η.

Результати розрахунків параметрів дейтрона та їх порівняння з даними [2, 8, 13, 14, 16-19] приведено в таблиці 1. Розраховані нами параметри дейтрона добре узгоджуються з експериментальними і теоретичними результатами.

Представляє інтерес знаходження хвильової функція дейтрона в імпульсному представленні, оскільки з неї можна отримати параметри дейтрона, які можна порівняти з експериментальними даними.

Якщо нам відома хвильова функція дейтрона в координатному представлення, то можна отримати її в імпульсному представленні. Дане перетворення здійснюється за допомогою перетворення Ханкеля, яке пов'язує між собою радіальні частини хвильової функції $g_l(p)$ і $\chi_l(r)$, де p – імпульс, r - координата. Тоді імпульсні компоненти хвильової функції дейтрона:

$$u(p) = \int_0^\infty u(r)\, j_0(pr)dr;$$

$$w(p) = \int_0^\infty w(r)\, j_2(pr)dr,$$

де $j_0(pr)$ і $j_2(pr)$ – функції Бесселя нульового і другого порядку.

Розраховані хвильові функції дейтрона в імпульсному представленні не містять надлишкових вузлів (рис. 4). Розрахунки приведено в натуральних одиницях.

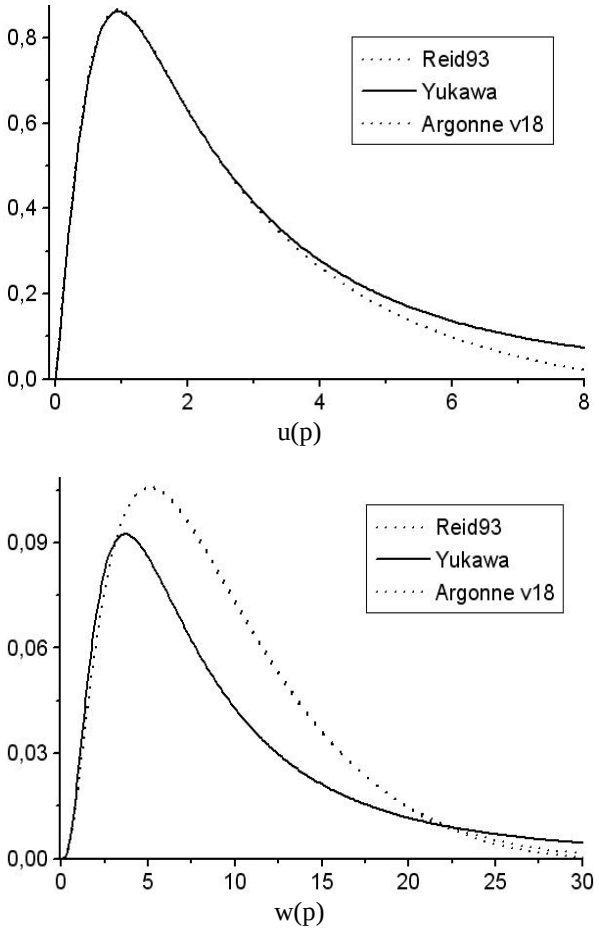


Рис. 4. Хвильова функція дейтрона в імпульсному представленні для потенціалів Юкави, Ріда і Argonne v18.

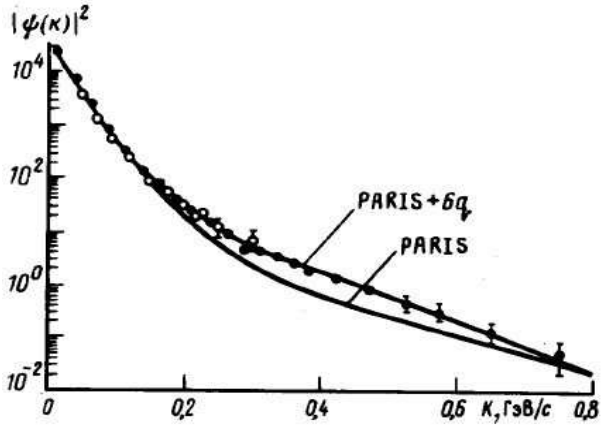
Імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні

В останні десятиліття вивчення структури короткого діапазону атомних ядер привертають увагу як теоретиків, так і експериментаторів. Розподіл нерелятивістських нуклонів в ядрі може бути обчислений в задачі багатьох тіл за допомогою введення феноменологічного гамільтоніана. Імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні n_d або квадрат хвильової функції дейтрона можна отримати шляхом рішення системи рівнянь Шредінгера для різних потенціалів NN-взаємодії. Причому, величина n_d :

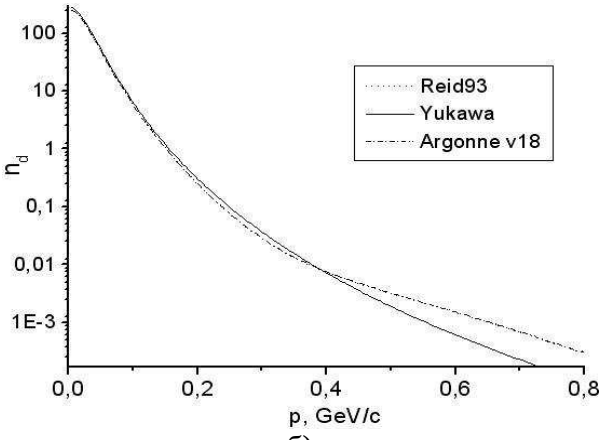
$$n_d = (\psi_d(p))^2 = (u(p))^2 + (w(p))^2 .$$

Експериментально ψ_d отримують з пружного *e-d* розсіювання і немає задовільного теоретичного опису цих даних при малих і помірних нуклонних імпульсах. Також дані про n_d можна отримати в експериментах по дейтрону: фрагментації $dp \to p^* X$ або напів інклюзивних $ed \to e^* pX$ процесах [20].

Розрахована величина імпульсного розподілу нуклонів у дейтроні (рис. 5) була порівняна з теоретичними й експериментальними (Paris, Paris+6q, Дубна, СЛАК) даними [21]. Розбіжності між даними при імпульсах 0,3-0,45 ГеВ/с може бути пов'язано з вторинними взаємодіями (віртуальний обмін мезоном).



а)



б)

Рис. 5. Імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні n_d: а) – робота [21]; б) – наші розрахунки.

Вимірювання поляризаційних характеристик реакції фрагментації дейтрона *A(d,p)X* при проміжкових і високих енергіях залишається одним з основних інструментів для дослідження структури дейтрона. В рамках імпульсного представлення імпульсна залежність компонента тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} повністю визначається хвильовою функцією, яка залежить тільки від імпульсу *p*:

$$T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{2}u(p)w(p) - w(p)^2}{u(p)^2 + w(p)^2} .$$

Формула для T_{20} така ж сама, як і в моделі однонуклонного обміну [22], а також і в [23]. Розрахована нами величина T_{20} (рис. 6) з двома потенціалами добре корелює з результатами роботи [24].

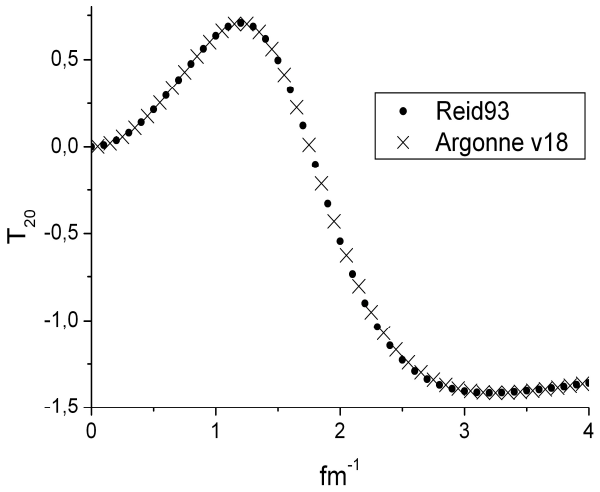


Рис. 6. Компонента тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} для потенціалів Reid93 і Argonne v18.

Експериментально саму величину тензорної аналізуючої здатності A_{yy} можна розрахувати з чисел протонів n^+, n^- і n^0, зареєстрованих для різних мод поляризації пучка після поправки на мертвий час установки за допомогою виразу [25]:

$$A_{yy} = 2 \frac{p_z^-(n^+/n^0 - 1) - p_z^+(n^-/n^0 - 1)}{p_z^- p_{zz}^+ - p_z^+ p_{zz}^-} .$$

Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} в імпульсному представленні може бути розрахована теоретично по наступній формулі [26]:

$$A_{yy} = \frac{T_{00}^2 - T_{11}^2 + 4r^2 T_{10}^2}{T_{00}^2 + 2T_{11}^2 + 4r^2 T_{10}^2} ,$$

де $T_{ij}(p/2)$ – амплітуди, які визначаються за допомогою хвильових функцій $u(r)$ і $w(r)$ наступним чином:

$$T_{00} = S_0(q/2) + \sqrt{2}S_2(q/2),$$

$$T_{11} = S_0(q/2) - \frac{1}{\sqrt{2}}S_2(q/2),$$

$$T_{10} = \frac{i}{\sqrt{2}}\int_0^\infty \left(u^2(r) - \frac{w^2(r)}{2}\right) j_0(rq/2)dr + \\ + \frac{i}{2}\int_0^\infty w(r)\left(u(r) + \frac{w(r)}{\sqrt{2}}\right) j_2(rq/2)dr,$$

де S_0 і S_2 – сферичний і квадрупольний формфактори дейтрона:

$$S_0(q/2) = \int_0^\infty (u^2(r) + w^2(r))\, j_0(rq/2)dr,$$

$$S_2(q/2) = \int_0^\infty 2w(r)\left(u(r) - \frac{1}{2\sqrt{2}}w(r)\right) j_2(rq/2)dr.$$

Розрахована нами величина A_{yy} для потенціалів Reid93 і Argonne v18 (рис. 7) співрозмірна з результатами [27] для Паризького і Боннського потенціалів.

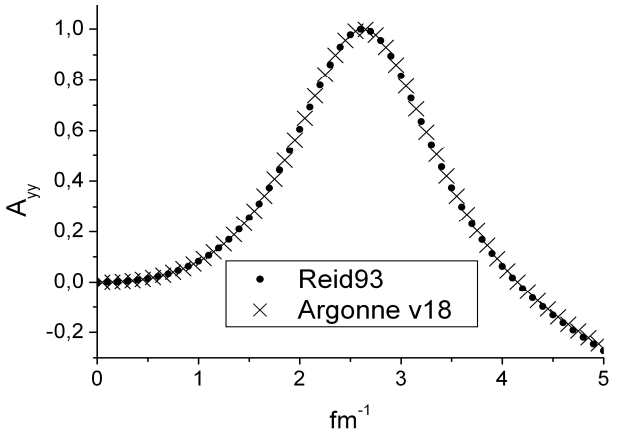


Рис. 7. Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} для потенціалів Reid93 і Argonne v18.

Висновки

Для трьох потенціалів чисельно розраховані хвильові функції дейтрона в імпульсному представленні, які не містять лишніх вузлів.

Порівняно отримані параметри дейтрона з раніше опублікованими.

По отриманих хвильових функціях розраховано імпульсний розподіл нуклонів у дейтроні n_d, компоненту тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20}, тензорну аналізуючу здатність A_{yy}.

Порівнюються отримані нами результати для дейтрона (n_d, T_{20}, A_{yy}) з опублікованими експериментальними і теоретичними.

Таблиця 1

Параметри дейтрона для різних потенціалів

Модель	E_d (MeV)	P_D (%)	r_m (fm)	Q_d (fm^2)	μ_d
CD-Bonn [2]	2.224575	4.85	1.966	0.270	-
RSC [17]	2.22461	6.47	1.957	0.2796	0.8429
Moscov99 [17]	2.22452	5.52	1.966	0.2722	0.8483
Reid93 [13,16]	2.224575	5.699	1.969	0.2703	0.8853
Nijm93 [13,16]	2.224575	5.755	1.966	0.2706	0.8842
DB(NN only) [18]	2.22454	5.42	2.004	0.286	0.8489
DB (NN +6q) [18]	2.22454	5.22	1.972	0.275	0.8548
Idaho N^{3}LO [19]	2.224575	4.51	1.975	0.275	-
Argonne v18 [8]	2.22457	5.76	1.967	0.270	0.847
Експеримент [14]	2.22456612(48)	-	1.975(3)	0.2859(3)	0.8574382284(94) μ_N
Розрахунки					
Reid93	2.22497	5.699	1.96771	0.27021	0.847331
Yukawa	2.22852	3.717	2.04003	0.30968	0.858624
Argonne v18	2.22629	5.758	1.96609	0.26944	0.846996

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Machleidt R. The nuclear force in the third millennium // Nucl. Phys. A. - 2001. – Vol. 689. - P. 11-22.
2. Machleidt R. High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential // Phys. Rev. C. - 2001. – Vol. 63. - P. 024001.
3. Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Faessler A. et al. Moscow-type NN-potentials and three-nucleon bound states // Phys. Rev. C. - 1998. – Vol.57. – P. 535-554.
4. Arnold R.G., Carlson C.E., Gross F. Elastic electron-Deuteron Scattering at High-Energy // Phys. Rev. C. – 1980. – Vol. 21. – P. 1426-1451.
5. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. - М: Госиздат, 1951.
6. Гайсак І., Жаба В. Про вузли хвильової функції дейтрона // Вісник Львівського університету. Серія Фізика. – 2009. – №. 44. – С. 8–15.
7. Swart de J.J., Klomp R.A.M.M., Rentmeester M.C.M. et al. The Nijmegen Potentials // Few-Body Systems Suppl. – 1995. – Vol. 8. – P. 438-447.
8. Wiringa R.B., Stoks V.G.J., Schiavilla R. Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking // Phys. Rev. C. – 1995. – Vol. 51. – P. 38-51.
9. Lacombe M., Loiseau B., Richard J.M. et al. Parametrization of the Paris N-N potential // Phys. Rev. C. – 1980. – Vol. 21. – P. 861–873.
10. Dubovyk E.O. A field-theoretical treatment of two-nucleon systems: nucleon-nucleon scattering and deuteron properties // Nucl. Phys. At. Energy – 2010. – Vol. 11 – Iss. 4. - P. 373-378.
11. Браун Дж.Е., Джексон А. Д. NN–взаимодействия. — Пер. с англ. — М.: Атомиздат, 1979. - 248 с.
12. Браун М.А., Токарев М.В. Релятивистское описание дейтрона и процессов с его участием в рамках ковариантного подхода в переменных светового конуса // ЭЧАЯ. – 1991. – Том 22. – Выпуск № 6. – С. 1237-1291.
13. Nucleon-Nucleon potential models [Електрон. ресурс]. – Режим доступу: http://nn-online.org/
14. Garcon M., Van Orden J.W. The deuteron: structure and form factors // Adv.Nucl.Phys. – 2001. – Vol. 26 – P.293-378.
15. Блатт Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. — М.: ИЛ, 1954. – 600 с.
16. Stoks V.G.J., Klomp R.A.M., Terheggen C.P.F. et al. Construction of high quality NN potential models // Phys. Rev. C. – 1994. – Vol. 49. – P. 2950–2962.
17. Kukulin V.I., Pomerantsev V.N., Kaskulov M. et al. The properties of the three-nucleon system with the dressed-bag model for NN interaction: I. New scalar three-body force // J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. - 2004. – Vol. 30. - P. 287.
18. Kukulin V.I., Obukhovsky I.T., Grabmayr P. et al. Isoscalar short-range current in the deuteron induced by an intermediate dibaryon // Phys. Rev. C. - 2006. – Vol. 74. - P. 064005.
19. Machleidt R., Entem D.R. Chiral effective field theory and nuclear forces // Phys.Rept. - 2011. – Vol. 503. - P. 1-75.
20. Illarionov A.Yu., Lykasov G. I. On deuteron structure at small N - N distances // Acta Physica Slovaca – 2002. – Vol. 52. – P. 235-240.
21. Аблеев В.Г., Воровьев Г.Г., Визирева Л.И. и др. Определение параметров шестикварковой компоненты дейтрона // Письма в ЖЭТФ. – 1983. – Том 37. – Выпуск № 4. – С. 196-198.
22. Карманов В.А. Поляризационные явления в упругом pd-рассеянии назад при энергии в области 1 ГэВ // ЯФ. – 1981. – Том 34. – Выпуск № 4(10). – С. 1020-1027.
23. Vasan S.S. Deuteron spin alignment in high-energy elastic proton-deuteron backscattering // Phys. Rev. D. – 1973. – Vol. 8. – P. 4092-4097.
24. Ladygin V.P., Uesaka T., Saito T. et al. Measurement of the tensor analyzing power T_{20} in the dd->^{3}Hen and dd->^{3}Hp at intermediate energies and at zero degree // Phys. Lett. B. – 2004. – Vol.598. – P. 47-54.
25. Azhgirey L.S., Afanasiev S.V., Isupov A.Yu. et. al. Measurement of the

tensor Ayy and vector Ay analyzing powers of the deuteron inelastic scattering of beryllium at 5.0 GeV/c and 178 mrad // Phys.Atom.Nucl. – 2005. – Vol. 68. – P. 991-998.
26. Ладыгин В.П., Ладыгина Н.Б. Поляризационные эффекты в неупругом рассеянии дейтронов (d,d')X в области возбуждения барионных резонансов // ЯФ. – 2002. – Том 65. – Выпуск № 1. – С. 188-195.
27. Ladygin V.P., Azhgirey L.S., Afanasiev S.V. et al. Tensor Ayy and Vector Ay Analyzing Powers of the (d,p) and (d,d) Reactions at 5 Gev/c and 178 MR // arXiv:nucl-ex/0412020.

Стаття надійшла до редакції 28.11.2013

I.I. Haysak, V.I. Zhaba
Uzhhorod National University, 88000, Uzhhorod, Voloshin Str., 54

DEUTERON: WAVE FUNCTION AND PARAMETERS

It is calculated wave function of a deuteron in coordinate and pulse representations. The received parameters of a deuteron are compared to the earlier published. On received wave functions are calculated pulse distribution of nucleons in a deuteron, to a component of a tensor of sensitivity to polarization of deuterons, tensor analyzing ability.

Key words: deuteron, wave function, potential, parameter, knot.

И.И. Гайсак, В.И. Жаба
Ужгородский национальный университет, 88000, Ужгород, ул. Волошина, 54

ДЕЙТРОН: ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ И ПАРАМЕТРЫ

Рассчитано волновую функцию дейтрона в координатном и импульсном представлениях. Сравнены полученные параметры дейтрона с ранее опубликованными. По полученным волновым функциям рассчитаны импульсное распределение нуклонов в дейтроне, компоненту тензора чувствительности к поляризации дейтронов, тензорную анализирующую способность.

Ключевые слова: дейтрон, волновая функция, потенциал, параметр, узел.